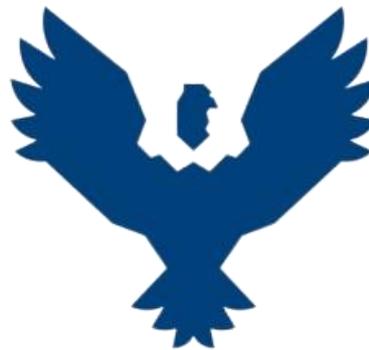




# UNIVERSIDAD ANDINA DEL CUSCO

**FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA**

**ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA INDUSTRIAL**



**TESIS**

---

**PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR  
GRAVIMETRIA Y CONTROL DE CALIDAD MEDIANTE MODELAMIENTO  
POR DISEÑO EXPERIMENTAL DE LA COMUNIDAD DE SULLCA SICUANI  
- 2022.**

---

**Línea de investigación:** Calidad y Confiabilidad.

**Presentado por:**

Bach. Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar  
URL Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-8747-0855>

Bach. Angel Enrique Garrido Tipacti  
URL Orcid: <https://orcid.org/0009-0007-1026-6741>

**Tesis para optar al Título Profesional  
de Ingeniero Industrial**

**Asesor:**

Mst. Ing. Guido Elías Farfán Escalante  
URL Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-1727-510X>

**CUSCO-PERU**

**2024**



### Metadatos

Datos del autor	
Nombres y apellidos	Angel Enrique Garrido Tipacti
Número de documento de identidad	71423756
URL de Orcid	<a href="https://orcid.org/0009-0007-1026-6741">https://orcid.org/0009-0007-1026-6741</a>
Datos del autor	
Nombres y apellidos	Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar
Número de documento de identidad	71451271
URL de Orcid	<a href="https://orcid.org/0009-0007-8747-0855">https://orcid.org/0009-0007-8747-0855</a>
Datos del asesor	
Nombres y apellidos	Guido Elías Farfán Escalante
Número de documento de identidad	23842755
URL de Orcid	<a href="https://orcid.org/0000-0003-1727-510X">https://orcid.org/0000-0003-1727-510X</a>
Datos del jurado	
Presidente del jurado (jurado 1)	
Nombres y apellidos	Reynaldo Miranda Pomacondor
Número de documento de identidad	23873037
Jurado 2	
Nombres y apellidos	Juan Carlos Manrique Palomino
Número de documento de identidad	23829525
Jurado 3	
Nombres y apellidos	Shaili Julie Caverro Pacheco
Número de documento de identidad	23979449
Jurado 4	
Nombres y apellidos	Breezy Pilar Martínez Paredes
Número de documento de identidad	25222260
Datos de la investigación	
Línea de investigación de la Escuela Profesional	Calidad y Confiabilidad



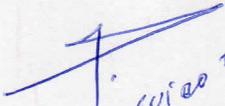
PROCESAMIENTO DE  
RECUPERACION DE RELAVES  
POR GRAVIMETRIA Y CONTROL  
DE CALIDAD MEDIANTE  
MODELAMIENTO POR DISEÑO  
EXPERIMENTAL DE LA  
COMUNIDAD DE SULLCA  
SICUANI - 2022

Fecha de entrega: 01-abr-2024 09:55a.m. (UTC-0500)  
Identificador de la entrega: 2336940545  
por Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar

Nombre del archivo: Tesis\_RECUPERACION\_DE\_RELAVES\_Marzo\_-\_2024.pdf (4.48M)

Total de palabras: 18472

Total de caracteres: 106386

  
MST ING. GUSTAVO FARFÁN ESCALANTE  
DNI 23842755



UNIVERSIDAD ANDINA DEL CUSCO

<sup>70</sup>  
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA INDUSTRIAL



TESIS

---

PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR GRAVIMETRIA Y  
CONTROL DE CALIDAD MEDIANTE MODELAMIENTO POR DISEÑO  
EXPERIMENTAL DE LA COMUNIDAD DE SULLCA SICUANI - 2022.

---

<sup>35</sup>  
Tesis para optar al Título Profesional de  
Ingeniero Industrial

Presentado por:

Bach. Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar

Bach. Angel Enrique Garrido Tipacti

Asesor:

Mst. Ing. Guido Elías Farfán Escalante

CUSCO-PERU

2023

  
MST Ing. Guido Elías Farfán Escalante  
DNI: 23892755



# PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR GRAVIMETRIA Y CONTROL DE CALIDAD MEDIANTE MODELAMIENTO POR DISEÑO EXPERIMENTAL DE LA COMUNIDAD DE SULLCA SICUANI - 2022

## INFORME DE ORIGINALIDAD

24%

INDICE DE SIMILITUD

24%

FUENTES DE INTERNET

1%

PUBLICACIONES

12%

TRABAJOS DEL  
ESTUDIANTE

## FUENTES PRIMARIAS

1

[repositorio.uni.edu.pe](https://repositorio.uni.edu.pe)

Fuente de Internet

4%

2

[pt.scribd.com](https://pt.scribd.com)

Fuente de Internet

3%

3

[repositorio.unsaac.edu.pe](https://repositorio.unsaac.edu.pe)

Fuente de Internet

2%

4

[idoc.pub](https://idoc.pub)

Fuente de Internet

2%

5

[sites.google.com](https://sites.google.com)

Fuente de Internet

1%

6

[es.scribd.com](https://es.scribd.com)

Fuente de Internet

1%

7

[www.coursehero.com](https://www.coursehero.com)

Fuente de Internet

1%

8

Submitted to Universidad San Francisco de  
Quito

1%

*F.*  
MST Gerardo FARRAN ESCOBARTE  
DNI 23842755



## Recibo digital

Este recibo confirma que su trabajo ha sido recibido por Turnitin. A continuación podrá ver la información del recibo con respecto a su entrega.

La primera página de tus entregas se muestra abajo.

Autor de la entrega: Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar  
Título del ejercicio: Tesis preliminar Zamalloa Garrido (2)  
Título de la entrega: PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR GRAV...  
Nombre del archivo: Tesis\_RECUPERACION\_DE\_RELAVES\_Marzo\_-\_2024.pdf  
Tamaño del archivo: 4.48M  
Total páginas: 114  
Total de palabras: 18,472  
Total de caracteres: 106,386  
Fecha de entrega: 01-abr.-2024 09:55a. m. (UTC-0500)  
Identificador de la entre... 2336940545



UNIVERSIDAD ANDINA DEL CUSCO  
FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA INDUSTRIAL



TESIS

PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR GRAVIMETRIA Y  
CONTROL DE CALIDAD MEDIANTE DISEÑAMIENTO POR RIESGO  
EXPERIMENTAL DE LA COMUNIDAD DE BELCA SITUAN. BEL.

Tesis para optar al Título Profesional de  
Ingeniero Industrial  
Presentada por:  
Rsch. Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar  
Rsch. Angel Enrique García Ypaol  
Asesor:  
Mg. Ing. Guido Ulloa Fortín Luciani

CUSCO-PERU  
2024

Derechos de autor 2024 Turnitin. Todos los derechos reservados.

*Handwritten signature and text:*  
MST Ing. Guido Fortín Escalante  
DNI 23892755



# UNIVERSIDAD ANDINA DEL CUSCO

## FACULTAD DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

### ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERIA INDUSTRIAL



#### TESIS

---

**PROCESAMIENTO DE RECUPERACION DE RELAVES POR GRAVIMETRIA Y  
CONTROL DE CALIDAD MEDIANTE MODELAMIENTO POR DISEÑO  
EXPERIMENTAL DE LA COMUNIDAD DE SULLCA SICUANI - 2022.**

---

**Tesis para optar al Título Profesional de  
Ingeniero Industrial**

**Presentado por:**

Bach. Yestaly Tatiana Zamalloa Tovar

Bach. Angel Enrique Garrido Tipacti

**Asesor:**

Mst. Ing. Guido Elías Farfán Escalante

**CUSCO-PERU**

**2023**



## DEDICATORIA

*A Dios, por darme vida, Salud, sabiduría e inmenso amor.*

*A mis padres Angel Garrido y María Tipactí, quienes con su amor, sacrificio y apoyo económico y moral hacen que logre mis objetivos trazados.*

*A la memoria de mi abuelo Máximo Garrido, por haberme orientado en mi formación personal.*

*A mis hermanas Mirtha Garrido, Narciso y Angela Garrido, por su constante apoyo y aliento.*

*A mis abuelas Marcelina Huarcaya y Carmen Pancorbo, por su aliento y apoyo incondicional.*

*A mis tíos (as) Mirtha, Juan, Edwin, Víctor, Jose y Luis, por su apoyo moral y orientación.*

*Angel*



## DEDICATORIA

*Dedico este trabajo principalmente a Dios y a la Virgen de la Candelaria, por su infinita misericordia y bondad, por ser mi fuerza, mi guía y haberme permitido llegar hasta este momento importante de mi formación profesional.*

*A mis padres Carlos Zamalloa y Nancy Tovar, porque son la razón de mi vida, fuente de motivación e inspiración para poder superarme; quienes cuyo sacrificio, amor, apoyo económico es impensable, con su luz iluminan mi vida y hacen mi camino más claro.*

*A mis hermanos Jhon Carlos Zamalloa, Gian Pierre Zamalloa y mi sobrina Sofía; quienes con sus palabras de aliento y amor no me dejan decaer para seguir adelante, perseverar y cumplir con mis objetivos.*

*A mis tíos Oscar, Betty y Mery; por su apoyo incondicional, apoyo moral y orientación. en todos los momentos de mi vida profesional.*

*Yestafy*



## AGRADECIMIENTO

Un especial y sincero agradecimiento a los ingenieros: Farfan Escalante, Guido Elias, Cavero Pacheco, Shaili Julie y Martínez Pares, Breezy Pilar, Su apoyo y confianza en nuestro trabajo y su capacidad para guiar nuestras ideas, ha sido un aporte invaluable, no solamente en el desarrollo de esta tesis, sino también en nuestra formación, por habernos orientado y brindado su apoyo incondicional. Debo destacar, por encima de todo, su disponibilidad en la presente tesis.

Igualmente, al Ingeniero John Paucar, por su amable disposición para orientarnos, apoyo incondicional, confianza. No cabe duda de que su participación ha enriquecido el trabajo realizado y, además, ha significado el surgimiento de una sólida amistad para realizar la presente.

A los señores docentes de la carrera profesional de Ingeniería Industrial, quienes con ímpetu y dedicación contribuyeron a nuestra formación profesional



## INDICE GENERAL

DEDICATORIA .....	ii
DEDICATORIA .....	iii
AGRADECIMIENTO .....	iv
INDICE GENERAL .....	v
INDICE DE TABLAS .....	iv
INDICE DE FIGURAS .....	v
LISTA DE SIMBOLOGIAS .....	vi
RESUMEN .....	vii
ABSTRACT.....	viii
INTRODUCCIÓN .....	x

## CAPITULO I

### PLANTEAMIENTO EL PROBLEMA

1.1. Ámbito de influencia de la tesis.....	1
1.1.1. Ubicación geográfica.....	1
1.1.2. Ámbito de influencia teórica .....	2
1.2. Descripción del problema .....	3
1.3. Justificación de la investigación .....	4
1.3.1. Conveniencia.....	4
1.3.2. Relevancia social .....	5
1.3.3. Valor teórico.....	5
1.3.4. Utilidad metodológica.....	5
1.4. Formulación del problema.....	6
1.4.1. Problema general .....	6



1.4.2. Problemas específicos .....	6
1.5. Objetivos.....	6
1.5.1. General.....	6
1.5.2. Específicos.....	6

## CAPITULO II

### MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes de la investigación.....	8
2.1.1. Antecedentes Nacionales.....	8
2.1.2. Antecedentes internacionales.....	9
2.2. Bases teóricas - científicas.....	10
2.2.1. “¿Qué es un pequeño minero (PM) y qué es un minero artesanal (MA)?.....	10
2.2.2. Relaves, características .....	11
2.2.3. Concentración gravimétrica.....	17
2.2.4. Concentradores gravimétricos .....	17
2.2.5. La Exactitud y la Precisión .....	22
2.2.6. Tipo de Muestreo .....	23
2.2.7. Muestreo probabilístico .....	23
2.2.8. Métodos de Muestreo .....	23
2.2.9. Granulometría.....	24
2.2.10. Diseño experimental-Diseño factorial.....	29
2.2.11. Principios y definiciones básicas .....	29
2.2.12. Modelo matemático .....	34
2.3. Hipótesis general.....	34
2.3.1. Hipótesis específica.....	35



2.4. Variables .....	35
2.4.1. Identificación de variables .....	35

### CAPÍTULO III

#### METODOLOGÍA

3.1. Metodología de la tesis .....	41
3.1.1. Tipo de Investigación .....	41
3.1.2. Nivel de la investigación .....	41
3.1.3. Enfoque.....	41
3.2. Diseño de la investigación. ....	42
3.3. Población y muestra.....	43
3.3.1. Muestreo.....	44
3.3.2. Pruebas a nivel laboratorio del concentrador gravimétrico falcón.....	47
3.3.3 Resultados y balance de materia para obtener variable respuesta o dependiente.....	52

### CAPITULO IV

#### MODELAMIENTO POR DISEÑO EXPERIMENTAL

4.1. Introducción. ....	57
4.2. Diseño experimental en la investigación. ....	57
4.2.1 Ventajas del diseño experimental. ....	57
4.3. Diseño experimental con dos o más factores. ....	57
4.3.1. Diseño factorial 2k.....	57
4.4. Diseño factorial 2k con replica en el punto central del diseño. ....	59
4.4.1. Selección de variables.....	60
4.4.2. Cálculo de efectos. ....	62
4.4.3. Análisis de varianza.....	64



4.4.4. Modelo matemático. ....	67
4.4.5. Análisis de residuos. ....	68
4.4.6. Decodificación del modelo a escala natural. ....	70

## CAPITULO V

### DISCUSION DE RESULTADOS

CONCLUSIONES .....	77
RECOMENDACIONES.....	78
BIBLIOGRAFÍA .....	79
ANEXOS .....	80



## INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resultados de la gravedad específica.....	49
Tabla 2. Condiciones de valor mínimo y máximo de las variables seleccionadas. ....	51
Tabla 3. Pruebas requeridas a diferentes condiciones de las variables, para el diseño experimental con replica en el punto central. ....	52
Tabla 4. Resultado prueba 01.....	53
Tabla 5. Resultado prueba 02.....	53
Tabla 6. Resultado prueba 03.....	53
Tabla 7. Resultado prueba 04.....	54
Tabla 8. Resultado prueba 05.....	54
Tabla 9. Resultado prueba 06.....	54
Tabla 10. Resultado prueba 07.....	55
Tabla 11. Resultado prueba 08.....	55
Tabla 12. Resultado prueba 09-1 .....	55
Tabla 13. Resultado prueba 09-2 .....	56
Tabla 14. Resultado prueba 09-3 .....	56
Tabla 15. Niveles de las variables.....	61
Tabla 16. Replicas Centrales (Y°).....	61
Tabla 17. Variables en escala natural y codificada con replicas en el centro.....	61
Tabla 18. Matriz del diseño factorial y respuestas experimentales .....	63
Tabla 19. Cálculo de efectos.....	64
Tabla 20. Análisis de varianza.....	66
Tabla 21. Análisis de residuales.....	68
Tabla 22. Valores para la decodificación del modelo.....	71
Tabla 23. Tabulación de datos reemplazando valores de presión entre 20 y 40 PSI.....	72
Tabla 24. Tabulación de datos reemplazando valores de recuperación entre 45% y 80%. ....	73



## INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Vista aérea de la ubicación de los relaves minerales de SULLCA .....	1
Figura 2. Vista panorámica del valle cuenca del rio SULLCA y la cancha de relaves de la planta concentradora. ....	2
Figura 3. Concentrador gravimétrico, sistema general .....	18
Figura 4. Concentrador gravimétrico Falcón SB .....	18
Figura 5. Ejemplos de exactitud y precisión.....	22
Figura 6. Balance Metalúrgico para dos productos. ....	26
Figura 7. Un experimento factorial .....	30
Figura 8. Un experimento factorial con interacción .....	31
Figura 9. Un experimento factorial sin interacciones .....	32
Figura 10. Un experimento factorial con interacciones .....	32
Figura 11. El método de un factor a la vez .....	33
Figura 12. Diagrama de flujo procedimiento general del estudio experimental.....	44
Figura 13. Muestreador rifles para subdividir y reducir la cantidad de la muestra. ....	45
Figura 14. Método del amontonado y cuarteo para subdividir muestras .....	46
Figura 15. Diagrama de flujo: Procedimiento de preparación de muestras. ....	47
Figura 16. Diagrama de flujo: Procedimiento de preparación de muestras. ....	51
Figura 17. Representación espacial de un diseño factorial $2^3$ .....	59
Figura 18. Representación espacial de un diseño factorial $2^3$ con replica en el punto central.....	60
Figura 19. Superficie de respuesta a la ecuación 4.21 .....	73
Figura 20. Superficie de respuesta a la ecuación 4.22 .....	74



### LISTA DE SIMBOLOGIAS

E	= Este
W	= Oeste
N	= Norte
S	= Sur
TM	= Tonelada Métrica
TMS	= Tonelada Metrica Seca
Ton	= Tonelada
TC	= Tonelada Corta
Kg	= Kilogramo
g	= Gramo
mg	= Miligramo
lb	= Libra
onz	= Onza
mts	= Metros
cm	= Centímetro
mm	= Milímetro
t	= tiempo
msnm	= Metros Sobre el Nivel del Mar
V	= Volumen
lt	= Litro
cc	= Centímetro Cúbico
ml	= Mililitro
h	= Hora
min	= Minuto
ppm	= partes por millón
PSI	= Presión en libras por pulgada cuadrada
RPM	= Revoluciones Por Minuto
%S	= Porcentaje de solidos



## RESUMEN

Dentro de la industria minera, en lo concerniente al procesamiento de relaves para recuperar elementos valiosos, la optimización por diseño experimental y el control de calidad de estos; existe información al respecto, más si se trata de temas de procesamiento de minerales con tecnología limpia como el concentrador gravimétrico como la marca FALCON y KNELSON.

El objetivo de nuestro tema de estudio es procesar los relaves por gravimetría y hacer un adecuado control de calidad, utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental para el procesamiento gravimétrico de recuperación de los relaves de SULLCA y predecir estadísticamente los resultados que se desee obtener; todo este estudio empezara por realizar muestreo en la cancha de relaves de SULLCA, aplicando el muestreo sistemático por puntos, ejecutando calicatas y obtener la muestra representativa, posterior a ello se efectuara ensayos químicos para obtener valores del oro contenido en el relave (ley de cabeza 0.69 gr/ton), para el procesamiento, utilizaremos un concentrador gravimétrico tipo FALCON, que considera las variables de presión de trabajo en PSI (de 20 a 40 PSI), porcentaje de sólidos (de 50% a 85%) y granulometría del relave ( tamaño de partícula de  $100\mu$  a  $200\mu$ ), se realiza las pruebas para recuperar el mineral valioso (oro), la interacción de las variables se da en base al modelamiento matemático por diseño factorial tipo  $2^3$  con replica en el punto central, el cual nos dará a conocer la variable más importante, que en este estudio es la presión de trabajo, dando como optimo trabajar con presiones superiores a 30 PSI, no siendo relevantes las otras dos variables por no tener interacción en el proceso de estudio. Con este modelo se podrá optimizar el proceso de recuperación, trabajando adecuadamente y teniendo un control de calidad óptimo, ya que se obtiene como resultado respuesta a la variable dependiente con valores por encima del 50% de recuperación, trabajando con la presión de trabajo obtenida por el modelamiento matemático. Este resultado puede optimizarse por ejemplo modelando para obtener una recuperación del 60%, aplicando nuestro modelo matemático, nos da como óptimo de presión de trabajo, trabajar con 60 PSI, lo cual ayudara a obtener una recuperación adecuada y controlar la calidad de nuestro concentrado final. Procesar los relaves por gravimetría y hacer un adecuado control de calidad, utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental para el procesamiento gravimétrico de recuperación de los relaves de SULLCA y predecir estadísticamente los resultados que se desee obtener.



**Palabras clave:** Relaves mineros, contenido metálico, recuperación, pulpa mineral, % de sólidos, presión de flujo, concentración gravimétrica, diseño experimental, optimización por modelamiento matemático, control de calidad.

## ABSTRACT

Within the mining industry, regarding the processing of tailings to recover valuable elements, optimization by experimental design and quality control of these; There is information about it, especially if it is about mineral processing issues with clean technology such as gravimetric concentrators like the FALCON and KNELSON brands.

The objective of our study topic is to process the tailings by gravimetry and carry out adequate quality control, using mathematical modeling by experimental design for the gravimetric processing of tailings recovery from SULLCA and to statistically predict the results that are desired to be obtained; This entire study will begin by sampling the SULLCA tailings field, applying systematic point sampling, executing pits and obtaining the representative sample, after which chemical tests will be carried out to obtain values of the gold contained in the tailings (head grade). 0.69 gr/ton), for processing, we will use a FALCON type gravimetric concentrator, which considers the variables of working pressure in PSI (from 20 to 40 PSI), percentage of solids (from 50% to 85%) and granulometry of the tailings. (particle size from 100 $\mu$  to 200 $\mu$ ), tests are carried out to recover the valuable mineral (gold), the interaction of the variables is based on mathematical modeling by type 23 factorial design with a replica at the central point, which gives us will reveal the most important variable, which in this study is the working pressure, giving the optimal option to work with pressures greater than 30 PSI, the other two variables not being relevant because they do not have interaction in the study process. With this model, the recovery process can be optimized, working properly and having optimal quality control, since the result is a response to the dependent variable with values above 50% recovery, working with the working pressure obtained by mathematical modeling. This result can be optimized, for example, by modeling to obtain a recovery of 60%, applying our mathematical model, it gives us the optimal working



pressure, working with 60 PSI, which will help obtain an adequate recovery and control the quality of our final concentrate. Process the tailings by gravimetry and carry out adequate quality control, using mathematical modeling by experimental design for the gravimetric processing of SULLCA tailings recovery and statistically predict the results desired.

**Keywords:** Mining tailings, metal content, recovery, mineral pulp, % solids, flow pressure, gravimetric concentration, experimental design, optimization by mathematical modeling, quality control.



## INTRODUCCIÓN

En la industria actual, sobre todo en la industria minero-metalúrgica a nivel mundial, se tiene desarrollo de tecnologías limpias que eviten en lo posible dañar el medio ambiente, dentro de ello también se desea recuperar de manera eficiente contenidos metálicos valiosos contenidos en sus relaves, para ello hacen controles de calidad en línea valiéndose de tecnología informática, que dan sus controles y medición de valores al instante, para lo cual se basan en modelos matemáticos diversos, teniendo lazos de control, y sobre todo el control estadístico de variables dentro del proceso, de tal manera que los relaves generados tengan la posibilidad de contener la menor cantidad de contenido metálico valioso, optimizando así su procesamiento.

También se sabe que actualmente dentro de la industria minero-metalúrgica, se procesan los relaves, teniendo los controles adecuados de calidad y controlando estadísticamente el proceso de recuperación, esto basado en las matrices matemáticas propias del modelamiento matemático, recordemos que el optimizar un proceso requiere un adecuado control estadístico del proceso, tal como lo hacen las grandes industrias como Bambas, Antapacay, Quellaveco entre otras de gran envergadura.

Mencionado lo anterior y sabiendo que la base para poder contar con un sistema de control estadístico del proceso, tiene como fundamento el modelamiento matemático para optimizar el proceso de recuperación de relaves; el presente estudio pretende dar las bases del modelamiento matemático para el tratamiento de relaves en estado de abandono sobre todo de la minería artesanal y minerías pequeñas como el caso de la planta de SULLCA, que tiene relaves abandonados con contenido metálico valioso (oro) que pueden ser recuperados de manera adecuada a través del modelamiento matemático.

Este estudio servirá de base para las microempresas o industrias pequeñas, sobre todo en el sector de la minería artesanal y/o pequeña minería, donde es difícil de emplear estos métodos de tecnología avanzada, por su elevado costo para su adquisición y/o falta de implementación de un método estadístico para tener un adecuado control de calidad de sus productos (concentrado y relave) y pueda ser optimizado, aplicando el modelamiento matemático por diseño experimental, como utilizar el diseño factorial que dará una herramienta al microempresario y la pequeña industria para que pueda predecir cómo ir mejorando su producción en cada etapa.



## CAPITULO I

### PLANTEAMIENTO EL PROBLEMA

#### 1.1. **Ámbito de influencia de la tesis**

La planta concentradora de Sullca fue instalada por el BANCO MINERO DEL PERU (BMP) entre los años 1981 – 1983, año de su conclusión. Fue construida con la finalidad de promover la actividad minera en el ámbito de su influencia.

El BMP, inmediatamente, entregó la planta a los pequeños mineros agrupados de Sicuani, para su operación y administración. Sin embargo, por situaciones que no cubrían las expectativas del BMP, esta entidad de fomento, en diciembre de 1984 retoma la administración y conducción de la planta hasta febrero de 1987, luego siendo donada la planta procesadora a la Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco, quedando actualmente inoperativa y completamente paralizada y con una cancha de relave que pertenece a la comunidad de Sullca, quedando como pasivo que podría ser recuperada a través del presente estudio.

##### *1.1.1. Ubicación geográfica.*

- **Delimitación espacial**

Entendiendo que la delimitación espacial, está referido al área geográfica y/o espacial en dónde se va a desarrollar la investigación, damos a conocer que está comprendida en el paraje del poblado de Sullca, distrito de Sicuani, provincia de Canchis, departamento de Cusco, Región Cusco.

#### **Figura 1.**

*Vista aérea de la ubicación de los relaves minerales de SULLCA*



*Nota.* Google maps



- **Delimitación social**

Se realizará un estudio general en el área de ex operaciones mineras específicamente en la cancha de relaves de la planta concentradora donde se tomará puntos de muestreo para procesar estos relaves y determinar un adecuado control de calidad durante el procesamiento de muestras en cancha de relaves de SULLCA (pasivo ambiental de más de 20 años en estado de abandono).

**Figura 2.**

*Vista panorámica del valle cuenca del rio SULLCA y la cancha de relaves de la planta concentradora.*



*Nota.* Elaboración propia

- **Delimitación temporal**

En la presente investigación se utilizará, las bases del procesamiento de minerales (tratamientos de relaves), los conocimientos de muestreo dentro de la estadística, utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental, de esta manera poder tener un mejor control de calidad durante el procesamiento de estos relaves y recuperar elementos valiosos del mismo como el oro. La investigación se desarrollará el muestreo en la cancha de relaves abandonado de Sullca-Sicuani durante el año 2022 y las pruebas de procesamiento se realizará en la ciudad el Cusco durante el año 2022.

### ***1.1.2. Ámbito de influencia teórica***

Se desarrollará los aspectos teóricos de la estadística, usando el método por Diseño Experimental, para modelar matemáticamente y ver las variables más relevantes en el procesamiento de este relave de SULLCA, donde se logrará interactuar estas variables.



## 1.2. Descripción del problema

La gran minería a nivel mundial y en nuestro país en la actualidad dispone sus relaves provenientes del proceso de concentración de manera adecuada y optima, tratando de que valores con contenido metálico del metal valioso estén presentes lo mínimo posible en los relaves; esto solo es posible controlando las variables en cada etapa del proceso, incluso prediciéndolas a través de centros de control avanzando, los cuales controlan segundo a segundo el cambio de variables y su predicción a futuro de lo que pasaría si alguna de las variables llega a modificarse.

En el caso de la pequeña minería y/o artesanal, el contenido metálico del material valioso presente en los relaves es elevado, por encima de 0.5 gr/ton o 0.5%, todo ello por no contar con tecnología ni control adecuado en cada etapa del proceso; por lo tanto, los relaves que proceden de la pequeña minería aún tienen material valioso que puede ser procesado adecuadamente para poder recuperar óptimamente la mayor cantidad de contenido metálico presente en estos relaves.

Analizando esta problemática, en la región del Cusco se tiene muchas mineras artesanales en producción o en estado de abandono, cuyos relaves tienen contenido metálico con valores económicamente rentables que pueden ser procesados y recuperados, esto se lograra procesando adecuadamente estos relaves y optimizando la calidad del producto obtenido a través del control de sus variables como la granulometría del relave, densidad de pulpa dado por el porcentaje de sólidos contenido en el relave, la presión de trabajo del equipo para ser procesado; las cuales serán evaluadas tomando mínimos y máximos valores para poder evaluar utilizando el diseño experimental, poder obtener un modelo matemático que nos permita optimizar y controlar los valores de las variables para obtener un contenido metálico de calidad, de esta manera poder procesar los relaves y recuperar óptimamente el contenido metálico presente en los relaves como es el caso de Sullca.

Es así que con el presente trabajo de investigación, busca impulsar volver a procesar los relaves que está en la comunidad de SULLCA, estos relaves que por muestreo simple se observa que en su contenido metálico hay presencia de oro y cobre que pueden ser procesados para recuperarlos, también indicar que estos relaves están como pasivo ambiental acumulado por más de dos décadas, ya que la planta que operaba en esta comunidad está en estado de abandono desde el año 1993, siendo una planta ya deteriorada-sin posibilidades de habilitación y tampoco podría procesar mineral fresco por agotamiento de sus reservas minerales en SULLCA. Estos relaves con



contenido de oro que aún no son aprovechados por la comunidad y serviría como una pequeña fuente de ingreso, ya que ocupa parte de sus terrenos, por lo tanto la presente investigación busca impulsar el procesar estos relaves utilizando métodos gravimétricos, tener muestras representativas para obtener leyes de oro presente en el relave y poder determinar el contenido metálico del metal valioso en esta cancha de relaves; posterior a ello se identificara las principales variables que influye en este procesamiento de mineral de relave para poder aplicar el modelamiento matemático por diseño experimental, base del control de procesos estadístico en la industria actual; de esta manera poder observar la interacción de las variables identificadas y determinar entre que parámetros se va a trabajar para obtener un concentrado de calidad con valores económicos rentables para su venta (porcentaje de recuperación), el cual luego del modelamiento, dará valores reales, adecuados y óptimos para poder ser desarrollado y procesado por la industria minera a nivel piloto y como consecuencia de ello beneficiar directa e indirectamente a la comunidad de SULLCA.

### **1.3. Justificación de la investigación**

#### ***1.3.1. Conveniencia***

El presente estudio se justifica por la necesidad de procesar los relaves, recuperar el contenido metálico valioso e impulsar el uso de la estadística y sobre todo del modelamiento matemático por diseño experimental para mejorar el control de calidad en el procesamiento de minerales de las pequeñas mineras, quienes por no contar con un modelamiento matemático adecuado de interacción de sus variables, tienen perdidas valiosas en cada etapa de proceso, si a partir de este estudio se logra implementar y aplicar un modelo matemático que se ajuste al proceso que realizan mejoraran y optimizaran la calidad del producto final obtenido, en este caso sería el % de recuperación como variable respuesta a la optimización y control de calidad de su proceso.

En el caso de la presente investigación, tomaremos como estudio el relave de Sullca (relave con valores de oro contenido en este material), del cual tomaremos muestras significativas para procesarlos por métodos de concentración gravimétrica con la finalidad de identificar sus variables, interactuar estas variables utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental y determinar el óptimo de su calidad al decodificar el modelo matemático adecuado para este proceso.



Como se sabe en nuestra Región, hay diferentes mineras artesanales o pequeñas cuyos relaves tienen valores altos de metales de interés, que deben de ser tratados, tal es el caso del relave de SULLCA, para ello se necesita procesarlos para recuperar al máximo los valores de metales contenidos en ellos (oro); para lo cual se realizara un adecuado tratamiento de variables de procesamiento, determinar entre que parámetros va a trabajar para obtener un concentrado de calidad (% de recuperación) y poder controlar esta calidad del producto a través de un modelo matemático.

### ***1.3.2. Relevancia social***

Con este trabajo de investigación se lograra tener un antecedente para el tratamiento de los relaves de labores actuales y/o abandonadas, que tienen aún metales valiosos contenidos en él, generando que la población aledaña se vea beneficiada directamente por generar puestos de trabajo al realizar muestreo y su procesamiento adecuado ya que se contara con un modelo matemático para poder ver la interacción de las principales variables y de esta manera optimizar la calidad del producto final (oro recuperado expresado en %) , logrando la participación de profesionales entendidos en la materia y de la población en general.

### ***1.3.3. Valor teórico***

Aplicando el Modelamiento Matemático por Diseño Experimental, se logrará tener un mejor control de calidad en el procesamiento de Relaves de SULLCA, poniendo en práctica los conocimientos adquiridos durante nuestra formación académica respecto a modelamiento por Diseño Experimental y el control de Calidad a través de la estadística aplicada.

### ***1.3.4. Utilidad metodológica***

Los resultados de la presente investigación sobre el tratamiento y control de calidad, (utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental), de los relaves de Sullca, dará un modelo matemático que prediga los resultados para tener mejor control de calidad en el procesamiento de estos relaves, haciendo que se tenga un proceso adecuado y sirva como un trabajo que impulse a mayor investigación dentro de la pequeña minera y/o minería artesanal.



## 1.4. Formulación del problema

### 1.4.1. Problema general

¿Cómo procesar los relaves de Sullca para recuperar el oro contenido en él y hacer el adecuado control de calidad utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental?

### 1.4.2. Problemas específicos

- a) ¿Cómo lograr una muestra significativa que tenga la granulometría adecuada para poder ser procesada por concentración gravimétrica?
- b) ¿Cómo identificar las variables más significativas y que parámetros serán los adecuados para el procesamiento gravimétrico de los relaves de SULLCA y de esta manera poder recuperar en mayor porcentaje el oro contenido en él?
- c) ¿Se podrá lograr un procesamiento óptimo para recuperar el mayor porcentaje de oro presente en los relaves de SULLCA?

## 1.5. Objetivos

### 1.5.1. General

Procesar los relaves por gravimetría y hacer un adecuado control de calidad, utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental para el procesamiento gravimétrico de recuperación de los relaves de SULLCA y predecir estadísticamente los resultados que se desee obtener.

### 1.5.2. Específicos

- a) Obtener muestras representativas de los relaves que tengan una granulometría en micrones adecuada para ser procesadas por concentración gravimétrica.
- b) Identificar las variables más significativas como: la presión de trabajo del equipo en el proceso, el % de sólidos en la pulpa mineral y la granulometría (tamaño de partícula) y parámetros adecuados del procesamiento gravimétrico de los relaves de SULLCA para tener una recuperación de oro superior al 50 %.
- c) Lograr el procesamiento óptimo y adecuado de los relaves de SULLCA, recuperando en mayor porcentaje el contenido metálico (oro) presente en estos relaves.



## CAPITULO II

### MARCO TEORICO

#### 2.1. Antecedentes de la investigación

##### 2.1.1. Antecedentes Nacionales

**Autor:** Ramos, A.

**Título:** Recuperación de plata de los relaves de flotación, mediante la lixiviación en la Empresa Administradora Cerro SAC

**Tesis para optar el Grado Académico de Magíster en Ingeniería Metalúrgica con mención en Metalurgia Extractiva**

**Institución:** Universidad Nacional Mayor de San Marcos - Facultad de Ingeniería Geológica, Minería, Metalúrgica y Geográfica Unidad de Posgrado

**Año:** (2019)

**Comentario:**

De la investigación de referencia, se obtiene información de estudio de la lixiviación del relave de un mineral piritoso con alto contenido de plata (tratamiento de relaves para recuperar material valioso contenido en él, en este caso la plata); donde se utiliza para modelar experimentalmente el diseño hexagonal para determinar un óptimo, teniendo como resultado la recuperación de plata en el orden del 50,06 %. Para nuestra investigación, este trabajo, nos da un amplio panorama de que, a partir de relaves con contenido metálico valioso, es posible recuperar este contenido por encima del 50%, lo cual es favorable, tratándose de un mineral ya prácticamente de desecho para el proceso original y haciendo estudios más profundos en cuanto a costos resulta siendo rentable.

**Autor:** Astuyauri, D. y Pulcha, E.

**Título:** “Evaluación de la viabilidad aplicativa de la fitorremediación en relaves mineros a partir de plantas de sembrío tradicionales. Caso: Quebrada Corte Ladrones – Perubar, Corcona (Perú)”



**Tesis** para obtener el grado académico de Ingeniería en Ciencias con mención en Ingeniería de Minas

**Institución:** Pontificia Universidad Católica Del Perú - Facultad De Ciencias e Ingeniería

**Año:** (2020)

**Comentario:**

De la investigación de referencia, nos brinda información respecto a la remediación de pasivos ambientales como los relaves, para lo cual nos brinda aporte de referencia sobre la investigación que busca encontrar una posible solución a la remediación de relaves con el desarrollo piloto de un estudio de fitorremediación. Para la presente investigación, este tema abordado, nos habla de remediación de pasivos ambientales tales como los relaves, los cuales pueden ser recuperados y posteriormente remediados para que sirvan de cultivo de determinada especie de plantas, pero previo a todo ello deberá ser tratado por un proceso previo para poder tener las condiciones de remediación adecuadas.

**2.1.2. Antecedentes internacionales.**

**Autor:** Campos, B.

**Título:** “Modelo de negocio para el tratamiento de relaves en la minería chilena”

**Tesis** para optar al grado de Magister en Gestión y Dirección de Empresas

**Institución:** Universidad de Chile-Facultas de Ciencias Físicas y Matemáticas-Departamento de Ingeniería Industrial

**Año:** (2015)

**Comentario:**

De la investigación de referencia, nos brinda información basada en la oportunidad de tratar depósitos de relaves que por su antigüedad presentan leyes de cobre que hoy los transforman en yacimientos rentables. El tratamiento de los relaves es realizado por una empresa especializada que realiza los estudios, inversiones y operación. Los ingresos provienen de la venta del cobre y eventualmente otros minerales presentes, serán rentables para volver a tratar estos relaves.



Para la presente investigación, este tema nos es útil porque habla del valor económico al procesar relaves y recuperar el contenido metálico valioso contenido en él, no da una amplia visión de poder realizar trabajos de recuperación de relaves desde el punto de vista de evaluación económica, la cual en este estudio demuestra que es rentable procesar los relaves para recuperar contenidos metálicos.

## **2.2. Bases teóricas - científicas.**

### **2.2.1. “¿Qué es un pequeño minero (PM) y qué es un minero artesanal (MA)?**

Según la Ley N° 27651 (modificada por el Decreto Legislativo N° 1040 y los Decretos Legislativos N° 1100 y N° 1101), estos tipos de mineros son definidos como:

**Pequeño minero (PM)** Un pequeño minero es alguien o un grupo que extrae y procesa minerales regularmente. Poseen dominio de 2.000 ha con títulos mineros. La capacidad máxima de producción y procesamiento es de 350 toneladas diarias, excepto para minerales no metálicos, materiales de construcción o yacimientos metálicos tipo placer, donde son 1.200 y 3.000 toneladas diarias, respectivamente. Deben presentar una declaración jurada a la Dirección General de Minería del Minem cada dos años para ser reconocidos como pequeños productores mineros.

**Minero artesanal (MA)** El minero artesanal extrae y procesa minerales manualmente o con equipos simples. Poseen terrenos de hasta 1.000 hectáreas por denuncias, petitorios, concesiones o mediante acuerdos con titulares mineros. Producción diaria hasta 25 toneladas, o límites específicos más altos en casos particulares. Deben entregar una declaración jurada al Minem cada dos años para ser reconocidos como productores mineros artesanales.

**Requisitos adicionales para pequeños mineros y mineros artesanales** El Decreto Legislativo N° 1100 hace obligatorio cumplir requisitos adicionales para pequeños mineros y mineros artesanales. Estos requisitos no solo incluyen la extensión de la concesión y la cantidad de material extraído, sino también el uso de equipos e instalaciones. Se prohíbe el uso de dragas y dispositivos similares en todos los cursos de agua. Dispositivos móviles que extraen oro u otros minerales de los lechos de los cuerpos de agua se consideran del mismo tipo, como dragas



hidráulicas, dragas de succión, balsas gringo, balsas castillo, balsas draga, tracas y carancheras, junto con otros que emplean bombas de succión y zarandas.

Equipos utilizados en minería ilegal: cargadores frontales, retroexcavadoras, camiones volquete, compresores, perforadoras neumáticas y camiones cisterna. También se considera la instalación de equipos mineros ilegales, como chutes y molinos, junto con otros dispositivos utilizados en actividades mineras ilegales, sin importar sus características (Ipenza, 2012).”

### ***2.2.2. Relaves, características***

#### **2.2.2.1. Tipos de residuos mineros**

Existen diferentes y variados procesos para la extracción de mineral, comúnmente empleados en la industria minera. Los minerales polimetálicos son aquellos que tienen contenido varios metales, que están presente en su mayoría como minerales sulfurados, como por ejemplo la calcopirita.

- **Origen y producción de relaves de concentradoras**, el proceso de concentración comienza con el chancado del mineral proveniente de la mina hasta tamaños de partículas generalmente en el rango de centímetros o milímetros. El mineral que es chancado, posteriormente es reducido a tamaños menores a un milímetro, en grandes cilindros rotatorios, llamados molinos, estos molinos pueden ser molinos de bolas, molinos de barras y molinos semi-autógenos (SAG). A estos molinos, se agrega agua al mineral molido y el material permanece formando un lodo llamado pulpa mineral.

El siguiente paso para la recuperación y extracción del contenido metálico en los minerales es por lo general la etapa comúnmente llamada flotación. La flotación opera sobre el principio de afinidad de las partículas sulfuradas por las burbujas de aire que se adhieren a estas partículas y las elevan a la superficie, todo ello realizado en un tanque agitador auto aireado o con aire forzado. Las espumas que contienen estas partículas valiosas son retiradas hacia la superficie, procesadas y secadas obteniendo así un concentrado mineral. Mientras, las partículas de desecho o parte no valiosa, que quedan constituyen los relaves. Después de recuperar aproximadamente el 90% del agua de proceso en equipos como los espesadores,



los relaves son bombeados al lugar destinado para su almacenamiento, llamado comúnmente como cancha de relaves.

- **Relaves:** Se definen como el deshecho mineral sólido de tamaño entre arena y limo provenientes del proceso de concentración que son producidos, transportados o depositados en forma de lodo.

#### 2.2.2.2. Otros residuos sólidos desmonte de mina

La roca extraída en minería para acceder al mineral. En minería subterránea, el material suele ser menor de 20 cm. las cantidades extraídas son pequeñas en comparación con la minería a cielo abierto. Por otro lado, la remoción de tierras en minas a tajo abierto es más extensa, con tamaños que van desde un metro hasta polvo y cantidades producidas considerablemente altas. El desmonte de las minas es esencial para el manejo de relaves. "Los desmontes de mina pueden generar drenaje ácido". Los Relaves de Placeres o Lavaderos surgen de dragados de oro. Los relaves de concentradores gravimétricos se generan en operaciones de extracción de oro al combinarse con la molienda. Los relaves gravimétricos son más grandes que los de flotación, pero en general son iguales.

#### 2.2.2.3. Propiedades físicas y estructurales

La forma de los depósitos de relaves está determinada principalmente por cómo se depositan hidráulicamente. Estas propiedades son cruciales para comprender cómo responderá el depósito a la carga, la infiltración y la actividad sísmica.

- a) Características de la deposición** Los relaves se transportan generalmente a través de una tubería en forma de pulpa con concentraciones de sólidos entre 20 y 50%. El mineral se descarga desde la cresta del dique en depósitos superficiales mediante grifos a distancias de 10 a 50 m. o moviendo regularmente el extremo de la tubería de descarga. A medida que los sólidos se depositan de la pulpa descargada, una playa se forma desde la descarga hasta la poza de decantación.

En teoría, las partículas más gruesas se depositan primero cerca de la costa, seguidas de las más finas en lejanía de la playa, y finalmente las más finas como arcillas y limos se acumulan en una poza, lo que genera un modelo ideal de separación por tamaño y capacidad de filtración. Esto origina áreas segregadas por tamaño de grano llamadas arenas, arenas de



relave o relaves arenosos, siendo principalmente mayores a 0.074 mm y menos del 50% más pequeños.

Lamas, mayormente compuestas por partículas de tamaño limo, con más de la mitad por debajo de los 0.074 mm. La segregación por tamaño de partícula cambia mucho tanto dentro de un depósito como entre diferentes depósitos, dependiendo de factores como la fineza de molienda, el contenido de sólidos, el flujo y pH de la pulpa descargada. Los mismos factores afectan el ángulo y densidad de los relaves y han sido investigados por varios autores. En muchos depósitos, las pozas de decantación varían en tamaño y ubicación, al igual que el método y la ubicación de descarga, resultando en depósitos altamente heterogéneos con estratos horizontales de arena y lodo.

**Características:** Existen tres situaciones principales para condiciones más homogéneas. La primera es si el contenido de sólidos en la pulpa se aumenta a más del 50% a través de espesadores. Esto disminuye la separación por tamaño y evita la estratificación y disminución gradual del tamaño de partícula. Lefebvre y Dastous describen este tipo como aquellos relaves molidos a tamaños muy finos con bajo contenido de arena, como los de cianuración de oro y plata. (1991).

En tales situaciones, la playa puede ser de solo 30 a 50 metros de ancho, con lodo uniforme en el resto del depósito. Los ciclones se usan para separar arena de relaves en la concentradora. El dispositivo separa la pulpa de relave en dos corrientes: underflow (con entre 5 y 30% de material más fino de 0.074mm) y overflow (que va al depósito de relaves). Si no se interrumpen los ciclones con relaves sin ciclonear, los relaves serán principalmente lamas uniformes después del desbordamiento.

Los relaves globales se generan en la concentradora, mientras que las distribuciones granulométricas de las lamas reflejan procesos diversos como segregación, cicloneo y molienda. La granulometría de los relaves arenosos en la playa es parecida a la del desagüe del ciclón, aunque con más finos. La distribución de tamaño del material sobrante es influenciada por la etapa de molienda en la planta, la cual se ajusta para aumentar la recuperación de metal. Esto puede dar lugar a relaves menos adecuados para la deposición, desde una perspectiva más amplia. Un aumento del 2 a 3% en la recuperación puede resultar en un aumento del 10 a 15% en los finos del relave debido a una molienda más fina.



Los costos adicionales de moler a tamaños más finos superan el valor metálico incrementado y afectan la utilidad de los relaves para otros fines. En las minas subterráneas del Perú, la molienda debe considerar tanto la recuperación del metal como aspectos como la deposición de relaves, el método de minado y los factores de recuperación.

- b) Propiedades estructurales** Propiedades estructurales rigen el comportamiento de relaves frente a estabilidad, infiltración y deformación. Las propiedades principales son resistencia, permeabilidad y compresibilidad, las cuales están influenciadas por la proporción de arenas y lamas, así como por el grado de intercalación de los dos materiales, en los depósitos de relaves. Vick (1990) reportó valores convencionales de propiedades del suelo, resumidos brevemente aquí. La resistencia de los relaves arenosos se debe a la alta fricción interna por la forma angular de las partículas. Las lamas son débiles y compresibles, lo cual, junto con la baja resistencia al corte del material sin drenaje, determina su comportamiento (Ladd, 1991 y Vick, 1992).

La permeabilidad de los relaves arenosos y lamas varía dependiendo de la presión total efectiva; la fórmula de Hazen's es útil para esto:

$$k = (d_{10})^2$$

k es la permeabilidad en centímetros por segundo y  $d_{10}$  es el tamaño de la abertura en milímetros por donde pasa el 10% del material. Esta relación es precisa para relaves de metales básicos y metales preciosos de todo tipo. La permeabilidad varía entre estratos individuales debido a la interstratificación del relave. La permeabilidad de los depósitos de arenas y lodos se rige principalmente por la permeabilidad de las arenas, debido a la interconexión con las capas permeables que controlan la infiltración.

Los relaves arenosos se suelen drenar por gravedad al secarse la capa superior y si yacen sobre un material moderadamente permeable, su humedad baja de 5% a 15%. Las lamas no son afectadas por el drenaje por gravedad gracias a las fuerzas capilares causadas por el tamaño pequeño de las partículas. Los lodos conservan su contenido de agua original bajo la zona superficial durante 90 años en climas áridos. En Arequipa, Perú, las capas de lodo saturado en un depósito de relaves inactivo han permanecido a solo 1.6 metros de profundidad durante más de 35 años (Villachica y Sinche, 1984).

La deposición hidráulica produce densidades bajas y suelo suelto según la prueba de penetración estándar. En condiciones de saturación total, ambos relaves podrían perder



resistencia durante licuefacción sísmica, lo cual es crucial para la gestión de relaves en Perú”. (MINAN, 1995)

#### 2.2.2.4. Características Químicas

Los relaves parecen ser hechos por personas y podemos hacer generalizaciones sobre el proceso. Esto no es así debido a las variaciones químicas entre yacimientos. Varios depósitos con diferente geoquímica pueden ser explotados durante la operación de la mina, lo que resulta en variaciones en las características químicas de los relaves.

- a) **Relaves sólidos** En muchos depósitos minerales polimetálicos altamente sulfurados en Perú, las variaciones en la gravedad específica de las partículas minerales pueden influir en la distribución de diversos metales, como la pirita, según las distintas fracciones de tamaño de los relaves. Villachica y Parra (1980) observaron que en la concentradora, las partículas sulfurosas más pesadas se separaban preferentemente con las partículas más gruesas, provocando la sobre-molienda de los sulfuros a partículas más finas. Se observa que se concentran los minerales pesados como galena y pirita en las partículas finas de los relaves. El tamaño de partícula y densidad afectan la distribución de metal sólido en relaves, así como propiedades como permeabilidad y retención de humedad, impactando la movilidad de especies metálicas y productos de oxidación. Este efecto del tamaño de partícula puede también influir en el contenido metálico de los sólidos ultrafinos suspendidos en el agua de proceso de los relaves. Será discutido después.
- b) **Efluentes líquidos de flotación** El primer aspecto a considerar sobre efluentes líquidos es la cantidad de sólidos finos en suspensión, medidos generalmente como TSS o turbidez. La alta concentración de TSS en los vertidos mineros en Perú se debe a la retención temporal y sedimentación en depósitos pequeños. Aumentar el tiempo de retención y recircular el agua en los depósitos puede facilitar la reducción de los contenidos, eliminando la descarga del agua del depósito.
- Por otro lado, los floculantes (polímeros sintéticos) coagulantes (Fe, Al y sales) y reactivos químicos para ajustar el pH (cal) pueden ayudar a la reducción de las partículas suspendidas. Utilizar filtros de arena con arenas de relaves puede reducir las partículas ultra-finas en suspensión. Los reactivos de flotación resíduos se encuentran en relaves sólidos y líquidos. Los reactivos de flotación varían según la necesidad de cada operación. A



excepción del cianuro, la mayoría de los demás reactivos de flotación no son tóxicos para los seres humanos ni para la vida acuática.

Por lo general, los reactivos de flotación orgánicos se usan en bajas concentraciones en las operaciones más efectivas, y debido a su rápida descomposición, rara vez causan graves impactos ambientales. La flotación puede también liberar otros componentes en solución, según su presencia y solubilidad en el mineral. Generalmente contiene sulfatos y cloruros dentro de límites seguros. El arsénico y selenio pueden ser importantes si están presentes en el mineral, ya que pueden ser solubles cerca del pH neutro.

Niveles aumentados de cobre, plata, plomo, aluminio y zinc pueden ser perjudiciales para peces salmónidos y acumularse en organismos marinos. Algunos metales son tóxicos al consumo humano en altas concentraciones; cobalto, molibdeno y níquel pueden afectar el crecimiento de plantas o ganado en aguas de riego. Las pruebas para determinar los tipos y concentraciones de estos compuestos solubles se hacen antes de iniciar la concentración, usando muestras de relaves sumergidas en agua por semanas o meses.

Es complicado saber si las muestras representan todo el mineral debido a que se usan en pruebas metalúrgicas un número limitado de ellas. Las condiciones reales pueden ser difíciles de replicar en la prueba debido a factores como el pH y la exposición a la atmósfera. El pH se mantiene entre 8 a 11 en la concentradora, reduciendo la solubilidad de metales; en el depósito, el pH será casi neutro a largo plazo. En las pruebas de planta piloto, generalmente, no habrá nitratos de los explosivos presentes en las minas actualmente. Estos factores pueden generar incertidumbre en la estimación de la calidad de los efluentes a corto y largo plazo debido a la lixiviación ácida de los componentes solubles de los desechos.

Es difícil anticipar con precisión el contenido metálico del efluente y sus posibles rangos antes de la operación. La exposición del mineral al aire y agua libera especies solubles debido a la presencia de piritita, provocando disolución galvánica de plomo, zinc, arsénico, entre otros. La oxidación ocurre al triturar y moler en aire, generando efluentes con metales disueltos como los de cuatro operaciones en Perú. (Villachica y Asociados, 1993)". (MINAN, 1995)



### 2.2.3. Concentración gravimétrica

La concentración gravimétrica es una técnica simple, de gran capacidad, sin reactivos peligrosos, económica y efectiva para separar minerales pesados en la minería de oro artesanal. Concentradores gravimétricos separan minerales por gravedad y resistencia de fluido. Se emplea el criterio de concentración para determinar el tipo de separación según la gravedad específica (Wills y Finch, 2016). Criterio de concentración. Se emplea en la mineralogía para evaluar la separación de minerales por métodos gravimétricos. Taggart lo creó en 1945 usando datos experimentales. (Navarro, 2017; Heredia, 2015). La ecuación (1) representa al criterio de concentración.

$$\text{Criterio de concentración} = \frac{D_h - D_l}{D_l - D_f} \text{ Ec. (1)}$$

Dónde:

$D_h$  = Densidad relativa del mineral denso

$D_l$  = Densidad relativa del mineral liviano

$D_f$  = Densidad relativa del medio fluido.

Cuando el criterio de concentración es mayor a 2,5 la separación es eficiente hasta una malla #200. Un valor entre 2,5 y 1,75 indica que la separación es eficiente hasta una malla #100. De 1,75 a 1,50 la separación es posible hasta una malla #10, valores menores indican que la separación es muy poco eficiente (Navarro, 2017).

La mejora de técnicas de concentración gravimétrica siempre ha sido un reto para varias generaciones de mineros e ingenieros, y un gran número de diferentes artefactos ha sido desarrollado a través de los años, y sin duda continuarán siendo desarrollados otros más. Algunos no han pasado de la etapa experimental, pero la investigación científica y las constantes pruebas a base de eliminación de errores llevaron a una mejora constante de dichas técnicas; así, por ejemplo, la introducción de equipo recientemente desarrollado como los concentradores centrífugos, los cuales son sometidos a constantes mejoras y de los cuales cada año aparecen nuevos modelos en el mercado.

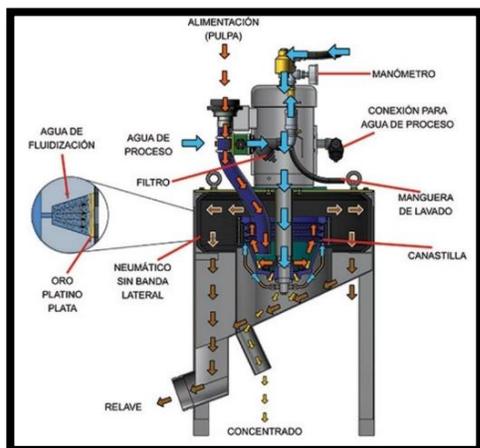
### 2.2.4. Concentradores gravimétricos

Son Equipos que concentran partículas pesadas en minerales y arenas de depósitos aluviales. La clasificación es según la disparidad de densidades. La fuerza centrífuga y la presión

de agua separan minerales por peso, concentrando materiales como el Oro. (Futura Technologies, 2008)

**Figura 3.**

*Concentrador gravimétrico, sistema general*



*Nota.* iCON Gold Recovery.

FALCON, concentrador con control de la fuerza de gravedad y bajo uso de agua.

Sepro Mineral Systems fabrica el concentrador FALCON, que presenta una gama de equipos que procesan hasta 400 toneladas por hora con fuerzas de hasta 600 G, adecuados para diversas aplicaciones.

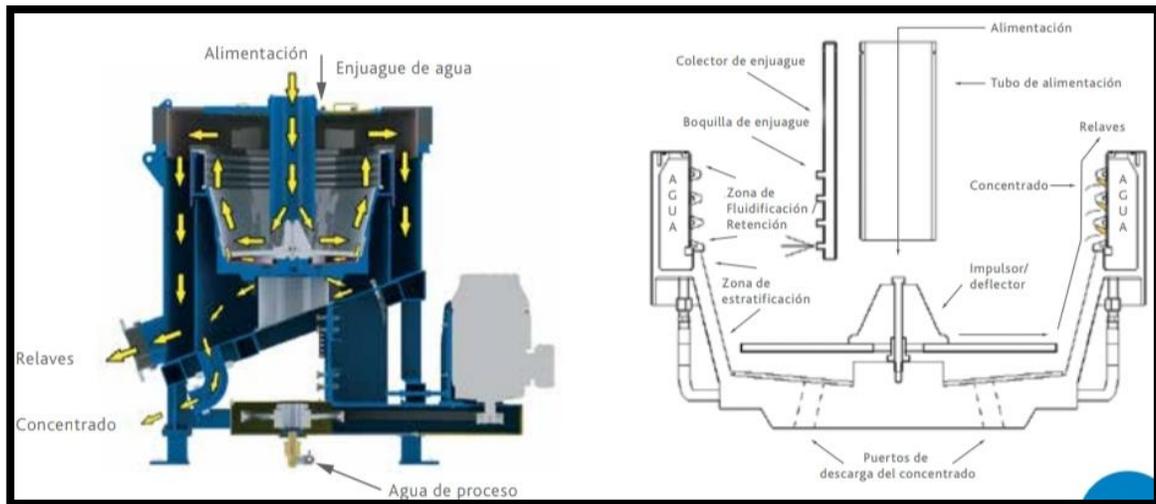
FALCON tiene 3 series de equipos para distintas aplicaciones en plantas de procesamiento:

- a) **FALCON SB, concentrador automático Semi-Batch:** Concentrador variable; G's desde 50 hasta 200 y procesamiento hasta 400 t/h según modelo. Este concentrador se usa para recuperar metales preciosos como oro, plata y platino después de la molienda, para recuperar oro grueso y fino del ciclón, y para extraer oro de depósitos aluviales y plantas de agregados. La proporción de concentración es 1,000 a 1.

**Figura 4.**



*Concentrador gravimétrico Falcón SB*



*Nota.* Catalogo productos Falcón sepro mineral systems.

- b) **FALCON C**, Concentrador C recupera partículas de 10 micrones con fuerza de hasta 300 G's. Se usa principalmente para concentrar estaño, tantalio, tungsteno, cromo, cobalto, hierro, carbón oxidado fino, uranio y otros minerales. Equipos procesan hasta 100 t/h contados. El FALCON C puede pre-concentrar del 2% al 40% de la masa.
- c) **FALCON UF, concentrador de partículas ultrafinas:** Los concentradores UF pueden alcanzar 600 G y recuperar partículas de 3 micrones. El Falcon UF tiene como principal objetivo recuperar partículas ultrafinas descartadas. El Falcon UF es usado para recuperación de estaño, tantalio, tungsteno, etc.

**Definición De Pulpa:** Es la combinación de sólidos de tamaño similar con un líquido, usualmente agua. La pulpa tiene ciertas propiedades como gravedad específica, peso y volumen, comúnmente expresadas en porcentajes de peso o volumen de sus componentes. La pulpa tiene una densidad medida en kg/L o g/L debido a su comportamiento líquido.

**Densidad De Pulpa:** Generalmente se determina por medición, bajo el empleo de aparatos llamados densímetro o picnómetros que viene a ser unas balanzas que pesan unos recipientes



de un litro de capacidad, y da lecturas directas de la densidad de la pulpa considerando el peso tara del recipiente.

**Extracción:** Técnica, aplicada a mineral de oro, en la que el metal es disuelto de la roca usando solución lixivante, obteniendo una solución rica en oro disuelto.

**Ley:** Es el porcentaje de contenido metálico en el mineral.

**Mineral:** Una sustancia homogénea que ocurre naturalmente y tiene propiedades físicas y composición química definidas y que, si se forma en condiciones favorables, tiene una forma de cristal definida.

**Muestra:** Una pequeña porción de roca o de un depósito mineral que se toma para poder determinar por ensayo el contenido de metales.

**Modelo Matemático:** En ciencias aplicadas, un **modelo matemático** es uno de los tipos de modelos científicos que emplea algún tipo de formulismo matemático para expresar relaciones, proposiciones sustantivas de hechos, variables, parámetros, entidades y relaciones entre variables y/o entidades u operaciones, para estudiar comportamientos de sistemas complejos ante situaciones difíciles de observar en la realidad. El término **modelización matemática** es utilizado también en diseño gráfico cuando se habla de modelos geométricos de los objetos en dos (2D) o tres dimensiones (3D).

No obstante, la noción de modelo matemático difiere en filosofía y fundamentos de las matemáticas. Esos campos emplean 'modelos formales'. Un conjunto con relaciones unarias, binarias y trinarias, que sigue los axiomas de una teoría matemática, es un modelo formal de esa teoría. Teoría de modelos estudia propiedades de modelos matemáticos.

**Modelo de optimización:** Identifica el punto óptimo para abordar problemas en la administración, producción u otras situaciones a través de un modelo de optimización. Cuando la optimización es no lineal combinada, se refiere a modelos matemáticos poco predecibles pero que pueden ajustarse a una alternativa aproximada en su cuantificación. Estos modelos necesitan analizar diferentes condiciones o casos para encontrar la mejor opción según un criterio específico.



**Porcentaje de sólidos:** El porcentaje de sólidos en volumen o peso, es la relación del volumen o peso del constituyente sólido al volumen o peso total de la pulpa, multiplicando por 100.

**Recuperación:** El porcentaje de metal valioso en el mineral que se recupera por medio de un tratamiento metalúrgico.

**Muestreo:** Una muestra es una parte representativa de un material que contiene todos sus componentes en las mismas proporciones que el original. El propósito del muestreo es obtener una muestra representativa para su análisis e investigación. Los resultados de pruebas físicas o químicas de muestras pueden predecir las propiedades de la población de la que se extrajeron.

Los elementos básicos considerados en cualquier procedimiento de muestreo son:

- Definir la característica a ser investigada.
- Decidir acerca del grado de precisión requerido.
- Las características de la población.
- Decidir acerca del tamaño de muestra requerida para la investigación a efectuarse.

El muestreo de minerales es posiblemente el más difícil de todos los problemas de muestreo, debido a:

- La gran variedad de constituyentes minerales en la mena.
- La dispereja distribución de los minerales en la mena.
- Variación en el tamaño de las partículas constituyentes.
- Variación en la dureza de los distintos minerales.

Los errores de muestreo pueden clasificarse en dos grupos: errores sistemáticos y errores al azar.

- Los errores sistemáticos provienen de la constante elección de un componente dentro de un material. Tomar muestras solo de la superficie de un líquido tranquilo puede dar información inexacta debido a la posible presencia de gradientes de

concentración a distintos niveles y diferentes composiciones en trozos grandes y pequeños de una mezcla de partículas sólidas.

- Los errores aleatorios pueden resultar tanto altos como bajos. Este error es menos grave que el sistemático por dos motivos: muestras duplicadas pueden mostrar la cantidad de errores sistemáticos y aumentar el tamaño de las muestras puede reducir errores al azar, pero no necesariamente los sistemáticos.

### 2.2.5. La Exactitud y la Precisión

En la teoría del muestreo de minerales se utilizan las nociones de exactitud y precisión. En términos estadísticos estos conceptos corresponden respectivamente a la media, la cual debe ser in-sesgada (exactitud) y a la varianza del error, la cual debe ser pequeña (precisión)

**Figura 5.**

Ejemplos de exactitud y precisión.



Exactitud sin precisión.

Precisión sin exactitud.



Exactitud y precisión.

Ninguno

Nota. *Exactitud y precisión por German Fernández.*



### **2.2.6. Tipo de Muestreo**

Existen diferentes criterios de clasificación de los diferentes tipos de muestreo, aunque en general pueden dividirse en dos grandes grupos: métodos de muestreo probabilístico y métodos de muestreo no probabilístico.

### **2.2.7. Muestreo probabilístico**

“Los métodos de muestreo probabilístico son aquellos que se basan en el principio de equiprobabilidad. Es decir, aquellos en los que todos los individuos tienen la misma probabilidad de ser elegidos para formar parte de una muestra y, consiguientemente, todas las posibles muestras de tamaño  $n$  tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas. Sólo estos métodos de muestreo probabilístico nos aseguran la representatividad de la muestra extraída y son, por tanto, los más recomendables”. Dentro de los métodos de muestreo probabilístico encontramos los siguientes tipos:

- Muestreo aleatorio simple
- Muestreo aleatorio sistemático
- Muestreo aleatorio estratificado
- Muestreo aleatorio por conglomerados (clusters)” (Angel, 2019)

### **2.2.8. Métodos de Muestreo**

#### **a) Muestreo manual:**

El muestreo manual, es lento y caro, porque el personal involucrado en este tipo de muestreo es numeroso; existiendo la tendencia a error por predisposición. El muestreo manual, se justifica solamente cuando el muestreo es de naturaleza ocasional o temporal y donde sea difícil de manejar.

El muestreo manual, se lleva a cabo por:

- Muestreo con tenazas: Se toma la muestra utilizando un cucharón o pala, preferiblemente de manera consistente desde la superficie del mineral. Este método es aplicable a una variedad de materiales granulares, minerales, concentrados en carros de ferrocarril, montones y camiones.



- Muestreo con tubos: Se inserta un tubo puntiagudo y ranurado en el mineral apilado, se rota y luego se extrae. Este método se emplea para materiales granulares finos, ya sean húmedos o secos, en montones, tolvas, carros de ferrocarril o camiones.
- Muestreo con palas: Durante la transferencia manual del material, se toma una muestra separando una pala a intervalos específicos (segunda, quinta, décima, vigésima). Este método es adecuado para sólidos granulares finos.
- Coneo y cuarteo: El material se apila cuidadosamente en un cono, se aplanan y luego se divide en cuatro partes. Se descartan los cuartos opuestos y los restantes se toman como muestras para un nuevo proceso de coneo y cuarteo, hasta obtener una muestra final.

#### **b) Muestreo a máquina o automático**

Se efectúa mediante un cortador de muestra manejado mecánicamente y diseñado para cortar una capa delgada de mineral o pulpa en caída, a intervalos de tiempos predeterminados. El sistema de transporte de mineral o pulpa, está diseñado de manera que el material entre en una caída libre sin obstrucción, y el cucharón o cortador de muestra debe tener una forma tal que minimice la salpicadura o la segregación

#### **2.2.9. Granulometría**

La granulometría se define como la distribución de los diferentes tamaños de las partículas de un suelo, expresado como un porcentaje en relación con el peso total de la muestra seca.

“El método de determinación granulométrico más sencillo es hacer pasar las partículas por una serie de mallas de distintos anchos de entramado (a modo de coladores) que actúen como filtros de los granos que se llama comúnmente columna de tamices”. (Angel, 2019)

Donde:

- $R_i$ : es la masa retenida por el tamiz  $i$  (gr.)
- $M_1$ : es la masa total de la muestra del ensayo (gr.)



$$\text{Porcentaje en peso parcial} \quad \equiv \frac{R_i}{M_1} \times 100$$

$$\text{Porcentaje retenido en el tamiz} \quad \equiv \frac{R_i}{M_1} \times 100$$

$$\text{Porcentaje que pasa por el tamiz} \quad \equiv 100 - \left( \frac{\sum R_i}{M_1} \times 100 \right)$$

### **Distribución Granulométrica**

“Se denomina distribución granulométrica de un suelo a la división del mismo en diferentes fracciones, seleccionadas por el tamaño de sus partículas componentes; las partículas de cada fracción se caracterizan porque su tamaño se encuentra comprendido entre un valor máximo y un valor mínimo, en forma correlativa para las distintas fracciones de tal modo que el máximo de una fracción es el mínimo de la que le sigue correlativamente”.

### **Representación de los Datos de Distribución de Tamaños**

Debido a que normalmente es impráctico medir cada partícula en forma individual, el análisis de tamaño se efectúa dividiendo las partículas en un número de intervalos de tamaño adecuadamente estrecho.

### **Fracciones de tamaños**

El uso de intervalos de tamaño es crucial para recolectar datos, y una progresión geométrica es preferible a una serie aritmética en este caso. Se puede asumir que el tamaño promedio de las partículas dentro de un intervalo es la media aritmética de los límites del intervalo cuando este es pequeño en comparación con la distribución total de tamaños. En la serie geométrica, el tamaño promedio de las partículas en cada intervalo siempre está en proporción constante al del intervalo adyacente.

La base para determinar la cantidad de partículas en cada intervalo de tamaño es importante. Las propiedades comunes son masa, volumen, área, longitud o número. La primera es más conveniente para medir partículas pequeñas debido a su facilidad.



## Representaciones graficas

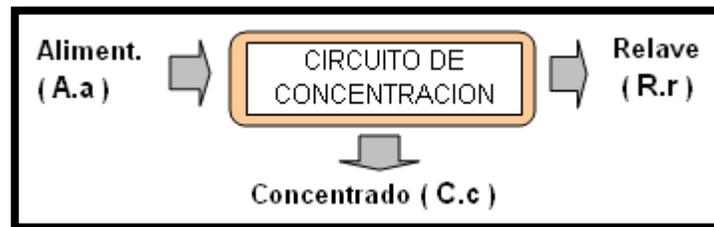
Los datos se presentan gráficamente con el tamaño de partícula en el eje (x) y la característica medida en el eje (y). Se utilizan dos enfoques para mostrar la cantidad: cantidad por parte (absoluta, fracción, porcentaje) y acumulativa (fracción, porcentaje) arriba o debajo de un tamaño especificado.

La forma adecuada de trazar gráficas, analizar tamaños en tablas y crear histogramas de frecuencia de porcentajes de material en intervalos de tamaños. Si los intervalos de tamaño son muy estrechos, el histograma se puede mostrar como una curva suave.

Una desventaja clave es la concentración de tamaños finos en la escala logarítmica que distribuye uniformemente los puntos a lo largo del eje x.

### Figura 6.

*Balance Metalúrgico para dos productos.*



*Nota.* Elaboración propia.

Se tiene:

A = Tonelaje del mineral de cabeza.

C = Tonelaje de concentrado.

R = Tonelaje de relave.

a = Ley en la cabeza.

c = Ley en el concentrado.

r = Ley en el relave.



- Aplicando el balance de materia en función al tonelaje:

$$A = C + R \quad \longrightarrow \quad R = A - C$$

- En función al tonelaje el elemento valioso que se desea recuperar:

$$a. A = c. C + r. R$$

$$a. A = c. C + r. (A - C)$$

$$a. A = c. C + r. A - r. C$$

$$(a - r) A = (c - r) C$$

- Cálculo de contenido metálico:
- Contenido metálico en la cabeza  $= (a / 100) \times A$
- Contenido metálico en el concentrado.  $= (c / 100) \times C$
- Contenido metálico en el relave  $= (r / 100) \times R$
- Cálculo de recuperación:

$$Recuperacion = Re. = \frac{\text{contenido metálico del concentrado}}{\text{contenido metálico de la cabeza}} \times 100$$

$$Recuperacion = Re. = \frac{c. C}{a. A} \times 100$$

### Interpolación de datos

Las interpolaciones tienen un fin claro: predecir un valor a partir de una serie de datos. Es supremamente deseable poder automatizar la predicción de valores a partir de una colección de datos que frecuentemente son empíricos. Valga aclarar que otro aspecto más avanzado es predecir curvas a partir de datos.

Interpolación lineal de una variable independiente

Es igual que hacer integrales cerradas.



En una tabla se representan algunos valores de la función, pero no todos, en ocasiones nos interesa el valor de la función para un valor de la variable independiente distinto de los que figuran en la tabla, en este caso podemos tomar el más próximo al buscado, o aproximarnos un poco más por interpolación, la interpolación casi siempre nos dará un pequeño error respecto al valor de la función verdadero, pero siempre será menor que tomar el valor más próximo de los que figuran en la tabla, veamos cómo se calcula al valor de la función para un valor de la variable independiente que se encuentre entre dos valores de la tabla por interpolación lineal.

Por tabla sabemos que:

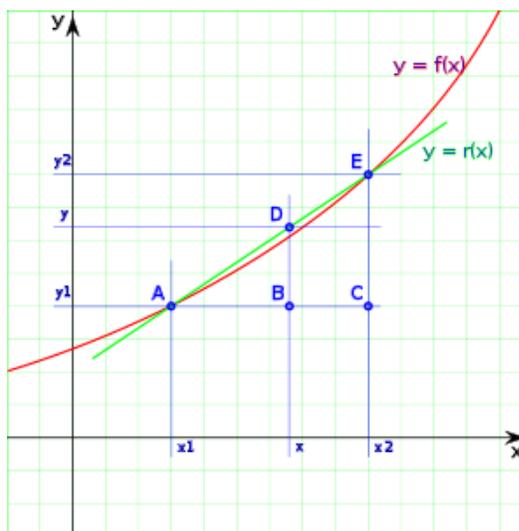
$$y_1 = f(x_1) \quad y \quad y_2 = f(x_2)$$

Queremos, pues, saber:

$$y = f(x)$$

Siendo:

$$x_1 < x < x_2$$



La interpolación lineal consiste en trazar una recta que pasa por  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ ,  $y = r(x)$  y calcular los valores intermedios según esta recta en lugar de la función  $y = f(x)$



Para ello nos basamos en la semejanza de triángulos  $\widehat{BAD}$  y  $\widehat{CAE}$

Esto es:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{BD}}$$

Despejando tenemos:

$$\overline{BD} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \overline{CE}$$

O lo que es lo mismo:

$$(y - y_1) = \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} (y_2 - y_1)$$

El valor buscado es:

$$(y - y_1) + y_1 = \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} (y_2 - y_1) + y_1$$

Esto es:

$$y = \frac{(x - x_1)}{(x_2 - x_1)} (y_2 - y_1) + y_1$$

### ***2.2.10. Diseño experimental-Diseño factorial***

En el Marco Conceptual se considerarán aspectos estadísticos para el Diseño Experimental, incluyendo diseños factoriales simples y con múltiples variables, replica en el centro, hexagonales, etc. Se eligió el Diseño Experimental con Replica en el Punto Central para el procesamiento de relaves de Sullca.

### ***2.2.11. Principios y definiciones básicas***

Se realizan numerosos experimentos para analizar los efectos de varios factores. Los diseños factoriales suelen ser los más eficientes para estos experimentos. Un diseño factorial implica explorar todas las combinaciones posibles de niveles de factores en cada ensayo completo del experimento. Cada réplica del experimento tiene "ab" combinaciones de tratamientos si hay "a" niveles de factor A y "b" niveles de factor B. Los factores se consideran cruzados en un diseño factorial. (Aguilar, 2008)



El efecto de una variable es el cambio en la respuesta debido a un cambio en su nivel. Frecuentemente se nombra así al referirse a los factores principales del experimento. Por ejemplo, analicemos la información de la tabla 1. El efecto principal del factor A es la diferencia entre la respuesta promedio en sus dos niveles. Numéricamente:

$$A = \frac{40 + 52}{2} - \frac{20 + 30}{2} = 21$$

**Figura 7.**

*Un experimento factorial*

		Factor B	
		B1	B2
Factor A	A1	20	30
	A2	40	52

*Nota.* Elaboración propia.

Incrementar el factor A del nivel 1 al 2 modifica la respuesta promedio en 21 unidades. Igualmente, el principal efecto de B es:

$$B = \frac{30 + 52}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 11$$

Si hay más de dos niveles en los factores, se requiere ajustar el procedimiento debido a la diversidad de formas en que pueden expresarse las diferencias entre las respuestas promedio. La interacción entre factores puede variar la respuesta experimental. Cuando sucede esto, los factores interactúan. Tomemos como ejemplo los datos de la fig. 8.



**Figura 8.**

*Un experimento factorial con interacción*

		Factor B	
		B1	B2
Factor A	A1	20	40
	A2	50	12

*Nota.* Elaboración propia.

En el primer nivel del factor B, el efecto de A es:

$$A = 50 - 20 = 30$$

Mientras que, en el segundo nivel de B, el efecto de A es:

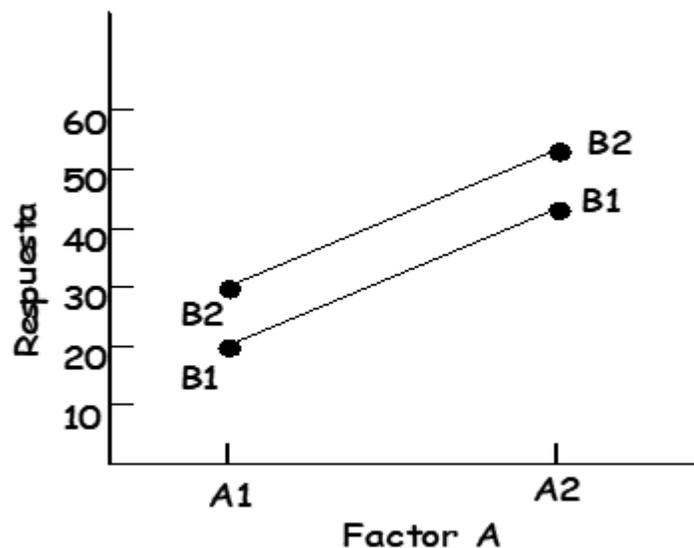
$$A = 12 - 40 = 28$$

La interacción entre A y B se evidencia porque el efecto de A varía según el nivel de B escogido.

Estas ideas se pueden representar visualmente. En la Fig 5. Se presenta un gráfico de los datos de la Tabla 1 en función de los niveles del factor A para ambas condiciones del factor B (nivel alto y nivel bajo). Las rectas B1 y B2 son, aproximadamente, paralelas. No hay interacción entre los factores. Similarmente, en la Fig. En la Figura 9 se muestra la respuesta de los datos de la Tabla 2.

**Figura 9.**

*Un experimento factorial sin interacciones*

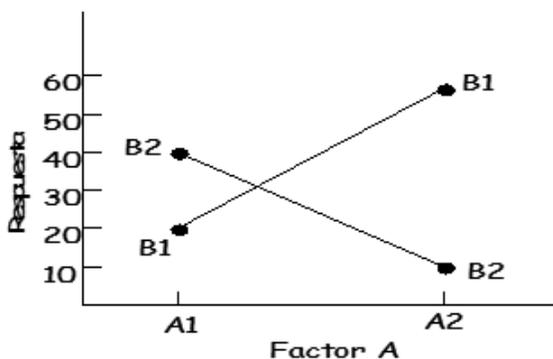


Nota. *Elaboración propia.*

Por lo que se visualiza que B1 y B2 no son rectas paralelas en este caso. Esto demuestra una interacción entre A y B. No obstante, no es suficiente como única técnica ya que puede ser subjetiva y engañosa en su presentación.

**Figura 10.**

*Un experimento factorial con interacciones*



Nota. *Elaboración propia.*



Cuando una interacción es grande, los efectos principales son poco significativos en la práctica. Una estimación del efecto principal de A de los datos de la Tabla 2 es:

$$A = \frac{50 + 12}{2} - \frac{20 + 40}{2} = 1$$

El cual resulta ser muy pequeño corriéndose el riesgo de concluir que no existe un efecto debido a A. Sin embargo, cuando se examinó el efecto de A en niveles diferentes de B se concluyó que éste no era el caso. El factor A tiene un efecto, pero depende del nivel del factor B. En otras palabras, es más útil conocer la interacción AB que el efecto principal. Una interacción significativa oculta a menudo el significado de los efectos principales.

Ventajas de los diseños factoriales:

Es fácil mostrar las ventajas de los diseños factoriales. Imaginemos dos factores, A y B, con dos niveles cada uno. Estos niveles se simbolizan como A1, A2, B1 y B2. Se puede obtener información sobre los dos factores al cambiar uno a la vez en la tabla 3. El impacto de cambiar el factor A es igual a A2B1 - A1B2. Debido al error experimental, se deben realizar al menos dos observaciones por tratamiento y estimar los efectos utilizando los promedios de las respuestas. Entonces, se necesitan seis observaciones en total. (Gonzales, 2013)

**Figura 11.**

*El método de un factor a la vez*

		Factor B	
		B1	B2
Factor A	A1	A1B1	A1B2
	A2	A2B1	12

*Nota. Elaboración propia.*

Los diseños factoriales tienen ciertas ventajas.



- ✓ Son más eficientes que los experimentos de un factor a la vez.
- ✓ Los diseños factoriales se requieren para detectar interacciones y evitar conclusiones erróneas.
- ✓ Los diseños factoriales permiten evaluar el efecto de un factor a diferentes niveles de los demás, generando conclusiones válidas para todas las condiciones experimentales. .

### 2.2.12. Modelo matemático

Una vez que se han detectado los efectos relevantes y se ha finalizado la evaluación de la varianza, el siguiente paso consistirá en la creación de un modelo matemático lineal con el objetivo de prever el comportamiento del fenómeno bajo estudio. La función de un modelo matemático es expresar de manera precisa y cuantitativa las conexiones entre las diferentes variables del sistema en cuestión.

El formato del modelo matemático lineal que vamos a utilizar es el siguiente:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \sum_{j=1}^k b_j X_j + \sum_{uj=1}^k b_{uj} X_u X_j + \dots \quad u \neq j$$

Para calcular los coeficientes  $b_j$  y  $b_{uj}$  se emplea la fórmula de matriz o se derivan de los efectos:

$$[B] = ([X^T][X])^{-1} ([X^T][Y])$$

ó

$$b_j = \frac{EX_j}{2}$$

Utilizando estos cálculos y sustituyendo en la ecuación lineal, el modelo matemático podría ser expresado de la manera siguiente:

$$\hat{Y} = a + bX_1 + cX_2 + dX_3$$

### 2.3. Hipótesis general

Al modelar matemáticamente el procesamiento gravimétrico de los relaves proveniente de Sullca, optimizamos la calidad del producto final (concentrado de oro), ver ANEXO 01.



### 2.3.1. Hipótesis específica

- a) El análisis de las muestras representativas de los relaves permite determinar la granulometría en micrones adecuado para ser procesado por concentración gravimétricas.
- b) Al desarrollar el modelo matemático, utilizando el diseño factorial se controla la calidad del concentrado, manejando las variables identificadas y los parámetros de los mismos para obtener una recuperación por encima del 50% del contenido metálico (oro).
- c) A partir del modelamiento matemático se optimiza y controla el procesamiento de los relaves, verificando la calidad de los mismo en cada etapa del proceso de recuperación del contenido metálico valioso (oro).

## 2.4. Variables

### 2.4.1. Identificación de variables

#### a) Independientes:

- **Tamaño de partícula**, es importante saber qué tamaño de grano tiene el mineral proveniente del relave, esto influye en el grado de liberación del oro y se presta para poder tratarlo por concentración gravimétrica.
- **Presión (PSI) en el concentrador gravimétrico**, la presión del concentrador donde se procesará el relave es *importante* porque influye directamente en la fuerza centrífuga de concentración.
- **Porcentaje de sólido**, la cantidad de mineral contenido en un litro de pulpa, expresado en %, es trascendental para medir la fluidez, concentración y posterior recuperación del contenido *metálico*

#### b) Dependiente:

- **% de recuperación**, es la respuesta del proceso, que debe de ser mayor al 50 % para ser rentable, es valor que nos dará a entender la calidad de nuestra muestra de relave procesada, por ende, es la respuesta de todo el proceso que depende de las variables independientes y de sus posibles interacciones.



2.5. Cuadro de Operacionalización de variables.

MATRIZ DE OPERACIONALIZACION DE VARIABLES					
VARIABLE	CONCEPTO	DIMENSION	INDICADOR	VALOR	
GRANULOMETRIA DE MUESTRA(tamaño de partícula)	tamaño de grano que tiene el mineral proveniente del relave, esto influye en el grado de liberación del oro y tamaño adecuado para el concentrador.	micrones de partícula molida ( $\mu$ )	MALLA TYLER EN micrones ( $\mu$ ) de oro liberado	100	200
PRESION DE CONCENTRADOR	la presión del concentrador donde se procesara el relave, es importante porque influye directamente en la fuerza centrífuga de concentración.	PSI bajo-PSI alto	PSI	20	40
PORCENTAJE DE SOLIDO	la cantidad de mineral contenido en un litro de pulpa es trascendental para medirla fluides y concentración y posterior recuperación del contenido metálico	PORCENTAJE	% DE MINERAL SOLIDO PRESENTE EN LA PULPA	50	85
PORCENTAJE DE RECUPERACION DEL CONTENIDO METALICO VALIOSO	es la respuesta del proceso, que debe de ser mayor al 50 % para ser rentable, es valor que nos dara a entender la calidad de nuestra muestra de relave procesada, por ende, es la respuesta de todo el proceso que depende de las variables independientes.	PORCENTAJE	% DE ORO RECUPERADO EN EL CONCENTRADOR	40	60



## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1. Metodología de la tesis

##### 3.1.1. *Tipo de Investigación*

La investigación es aplicada y busca satisfacer necesidades con tecnologías eficientes y sostenibles mediante el uso de la técnica.

Porqué según Sánchez (1998) este tipo de investigación utiliza conocimientos y/o bases teóricas para la aplicación de éstas en una realidad circunstancial.

##### 3.1.2. *Nivel de la investigación*

La investigación es explicativa y evaluativa, explicativa porque según Sampieri, “Las investigaciones explicativas son más estructuradas que las demás clases de estudios y de hecho implican los propósitos de ellas (exploración, descripción y correlación), además de que proporcionan un sentido de entendimiento del fenómeno a que hacen referencia” y la investigación evaluativa es, ante todo, “el proceso de aplicar procedimientos científicos para acumular evidencia válida y fiable sobre la manera y grado en que un conjunto de actividades específicas produce resultados o efectos concretos” (Ruthman, 1977)

##### 3.1.3. *Enfoque*

Cuantitativo, porque utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, y confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población. Se elige este enfoque cuantitativo porque los resultados obtenidos, se pueden comparar estadísticamente. La aplicación de estándares bien establecidos significa que la investigación cuantitativa se puede replicar, luego analizar y comparar con estudios similares.



#### **3.1.4. Método de la investigación**

La investigación realizada con los relaves provenientes de SULLCA es Analítico – deductivo.

Analítico porque Según Hurtado (1998): La investigación analítica incluye tanto el análisis como la síntesis. Analizar significa desintegrar o descomponer una totalidad en todas sus partes, en el método analítico-deductivo tomamos en cuenta los elementos individuales del objeto o situación estudiada para poder comprender mejor la situación en general y este nos ayuda porque se distinguen los elementos de un fenómeno y se procede a revisar ordenadamente cada uno de ellos por separado.

#### **3.1.5. Elección de diseño de investigación.**

Se justifica elegir el diseño factorial con replica en el punto central, ya que es un diseño que nos permite interactuar las diferentes variables con valores máximos y mínimos, así como también incluye la interacción de las variables a su nivel promedio o valor medio. Siendo este diseño el que permite de mejor manera visualizar el modelamiento matemático, ya que para nuestro estudio el diseño factorial simple, no nos da ninguna interacción de variables por ende no nos da ningún resultado para un modelo matemático adecuado; por lo que el siguiente modelo es el del presente estudio y de no haber resultado en el modelo factorial con replica en el punto central se tendría que escalar al siguiente modelo que es el modelo hexagonal, el cual implica mayor cantidad de variables de estudio y mayor interacción de las mismas.

### **3.2. Diseño de la investigación.**

El diseño es la planificación de la obtención de información en la investigación. El diseño para utilizar es Experimental.

El diseño experimental es una técnica estadística para identificar las causas de un efecto en un estudio. En un experimento el investigador manipula variables para observar su efecto en otra variable. El diseño experimental establece directrices sobre la manipulación de variables, la repetición del experimento y el orden, para determinar con confianza la existencia de una relación causa-efecto.



**EL MODELO MATEMÁTICO** se deben identificar las variables más importantes después de determinar los efectos y realizar el análisis de varianza para establecer un modelo matemático lineal. Este modelo es fundamental para comprender la relación entre variables y predecir resultados. En síntesis, un modelo matemático es una representación lógica y cuantitativa de la interacción entre variables en un sistema dado.

La estructura del modelo matemático lineal que vamos a emplear es la siguiente:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \sum_{j=1}^k b_j X_j + \sum_{u \neq j}^k b_{uj} X_u X_j + \dots \quad u \neq j$$

Para estimar los coeficientes  $b_j$  y  $b_{uj}$  se hace uso de la fórmula matricial o a partir de los efectos:

$$[B] = ([X^T][X])^{-1} ([X^T][Y])$$

o

$$b_j = \frac{Ex_j}{2}$$

Al calcular los efectos y sustituirlos en la ecuación anterior, obtenemos los coeficientes de regresión  $b_j$ .

Al reemplazar estos valores en la ecuación lineal, el modelo matemático resulta de la siguiente manera:

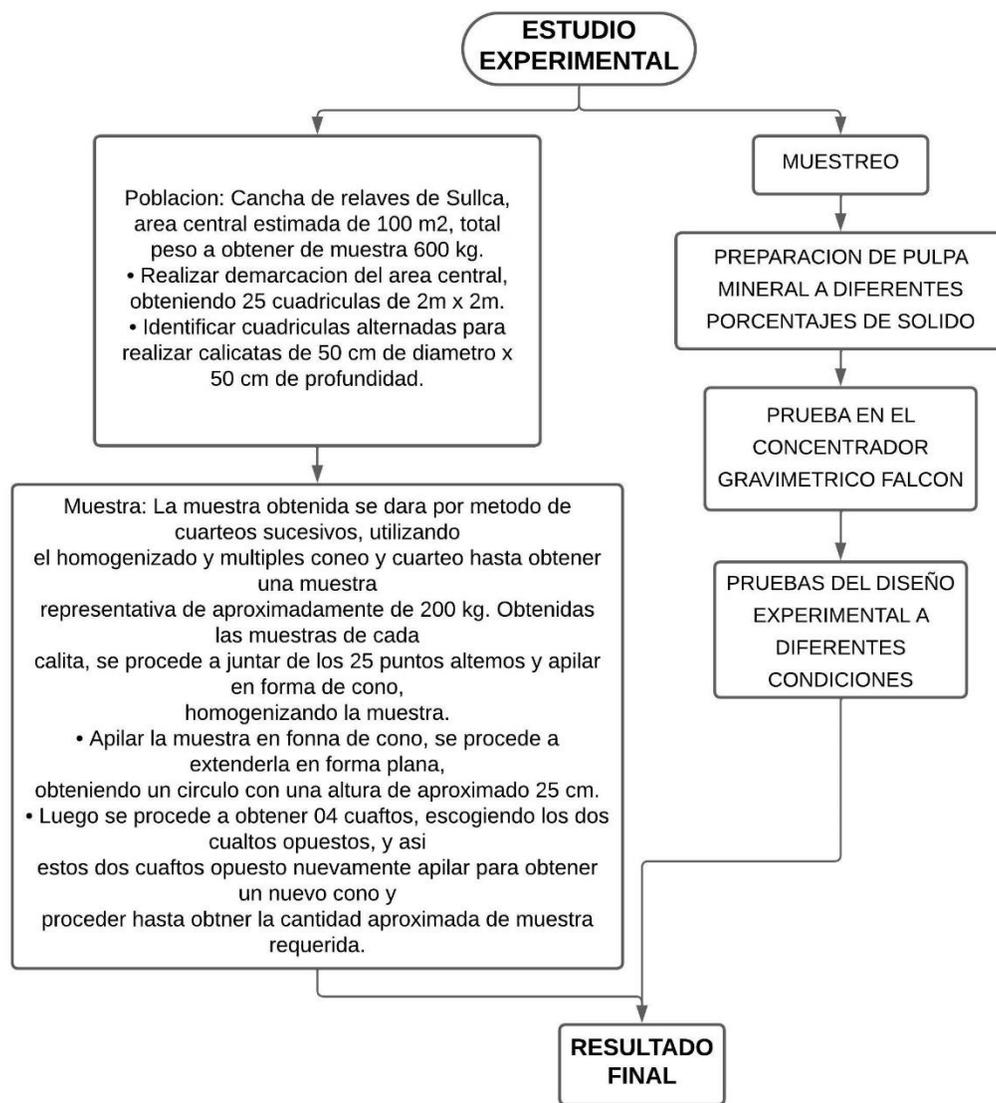
$$\hat{Y} = a + bX_1 + cX_2 + dX_3$$

### 3.3. Población y muestra

La muestra y diseño experimental se presenta en el diagrama de la Figura 12 para determinar el tamaño de la población.

**Figura 11.**

Diagrama de flujo procedimiento general del estudio experimental.



Nota. *Elaboración propia.*

### 3.3.1. Muestreo

Con el fin de obtener una muestra adecuada de la cancha de relave, se extrajeron (200 kg) de material, lo que permitió llevar a cabo las diversas pruebas necesarias. Esta muestra inicial fue sometida al método de cuarteos sucesivos en el laboratorio para garantizar su representatividad. Posteriormente, se obtuvo una cantidad suficiente de muestra, aproximadamente (900 gramos) para cada prueba específica mencionada anteriormente.



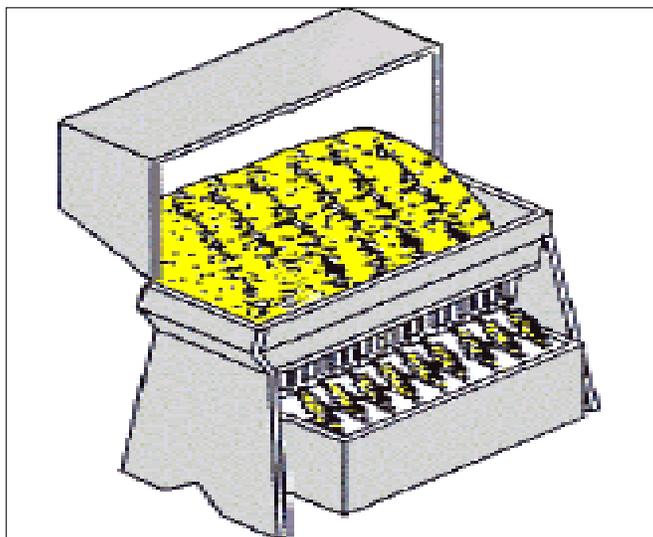
### 3.3.1.1. Preparación de muestras

#### a) Muestras de mineral.

Tanto los lotes de mineral son adecuadamente extendidos, del cual se toma una cierta cantidad de puntos, de esta muestra es debidamente cuarteada y enviada al laboratorio, puede ser de manera mecánica como muestra la figura 10 o de manera manual como en la figura 9, la cual usaremos para nuestro caso.

**Figura 12.**

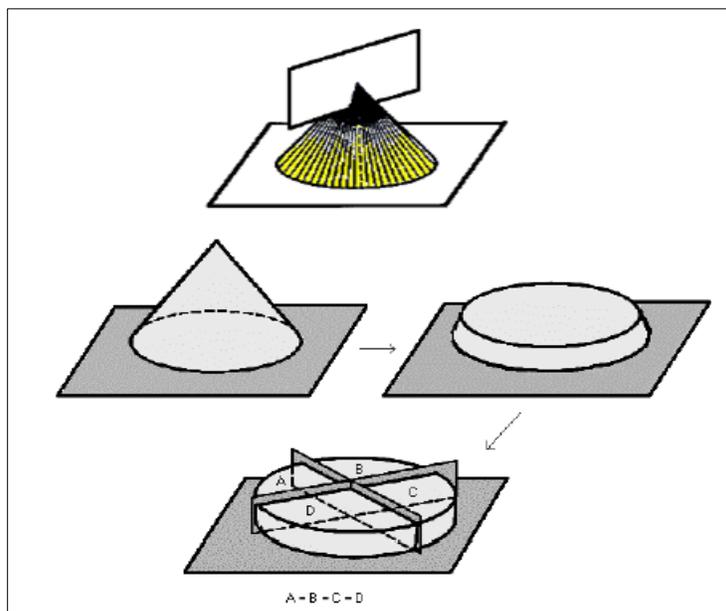
*Muestreador rifles para subdividir y reducir la cantidad de la muestra.*



*Nota.* Elaboración propia.

**Figura 13.**

*Método del amontonado y cuarteo para subdividir muestras*



*Nota.* Elaboración propia.

Las muestras de relave son nuevamente cuarteadas en el laboratorio, donde al final se obtiene cuatro muestras, que son repartidas como sigue:

1. Muestra para el ensaye.
2. Muestra testigo.
4. Muestra de dirimencia.

Para realizar el ensaye se toma 25 g de muestra, mientras que todo el conjunto restante se guarda como Compósito.

#### **b) Muestra de cabeza y relave final.**

Las muestras de cabeza y relave final que se obtienen en las pruebas de concentración gravimétrica son rotuladas y enviada a laboratorio químico para su respectivo análisis. Para esto se filtra, seca, pulveriza cada una de las muestras de donde se toma 25 g para analizar el componente principal que es oro.



**Figura 14.**

*Diagrama de flujo: Procedimiento de preparación de muestras.*



*Nota.* Elaboración propia.

### **3.3.2. Pruebas a nivel laboratorio del concentrador gravimétrico falcón.**

Las pruebas a realizarse, se hará en un equipo semiautomático falcón de capacidad mínima de 2 kg, el cual lo realiza personal capacitado, bajo instrucciones específicas de procedimientos, los resultados y conclusiones son descritos por el personal a cargo.

Para identificar nuestra mineral materia de estudio, tendremos que realizar una sola prueba de peso específico que se detalla a continuación:

- Determinación del peso específico del mineral.

Una de las propiedades más importantes, es el peso específico del mineral.

Para determinar el peso específico, se empleó un método de medición que involucra el uso de un instrumento conocido como fiola. Este método se llevó a cabo en el laboratorio de la empresa



Machupicchu Gold S.A, para lo cual se obtuvo una muestra representativa de mineral aproximadamente 100 gramos, cuya granulometría es de 100% -100 malla.

### **Materiales y equipos.**

- Muestra (3 gramos para cada prueba).
- Agua destilada.
- Fiola de capacidad de 100 cc.
- Pizeta.
- Balanza de precisión.
- Mufla.

### **Procedimiento.**

- Secar previamente el mineral, con la finalidad de eliminar la humedad del mineral.
- Medir la masa de 3 gramos de mineral para llevar a cabo las pruebas.
- Registrar la masa de la fiola sin contenido y tomar apuntes.
- La misma fiola, enrasar con agua hasta los 100cc, procediendo luego a pesarla.
- El mineral pesado (3g), introducir en la fiola para luego enrasar con agua, tratando de que no se hayan adherido partículas de mineral en las paredes de la fiola, luego, pesar la fiola más el mineral y el agua.
- Calcular la gravedad específica del mineral con los datos obtenidos empleando esta fórmula:



$$G.E. = \frac{M}{(FA - F) - [(FAM) - (FA)]}$$

**Donde:**

**G.E** = Gravedad específica.

**M** = Peso del mineral.

**F** = Peso de la fiola.

**FA** = Peso de la fiola + agua.

**FAM** = Peso de la fiola + agua + mineral.

Se repitió este proceso en cuatro ocasiones, obteniendo los resultados que se detallan en la tabla a continuación.

**Tabla 1.**  
*Resultados de la gravedad específica.*

PRUEBA N° (n)	GRAVEDAD ESPECÍFICA (X) g/cc
1	2,80
2	2,90
3	2,82
4	2,80

*Nota.* Elaboración propia.



A partir de estos datos, se realiza el cálculo del promedio de la gravedad específica, así como también se determina la desviación estándar.

$$= \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}}{n - 1} \sigma^2$$

**Donde:**

$\sigma^2$  = Desviación estandar.

$\sum x$  = 11,48.

$\sum x^2$  = 32,96.

$(\sum x)^2$  = 131,79.

$\bar{X}$  = 2,80.

$\sigma$  = 0,064

Ahora el cálculo del intervalo de confianza es como sigue:

Donde t-student (t para 95% de confianza es 2,57)

$$\text{Limite} = \pm L = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \dots\dots\dots(3)$$

$$\pm L = \frac{2,57 \times 0,064}{\sqrt{4}}$$

$$\pm L = 0,082$$

El verdadero valor se ubica en el intervalo 2,788 a 2,952 para una confianza del 95%

Donde la gravedad específica es:

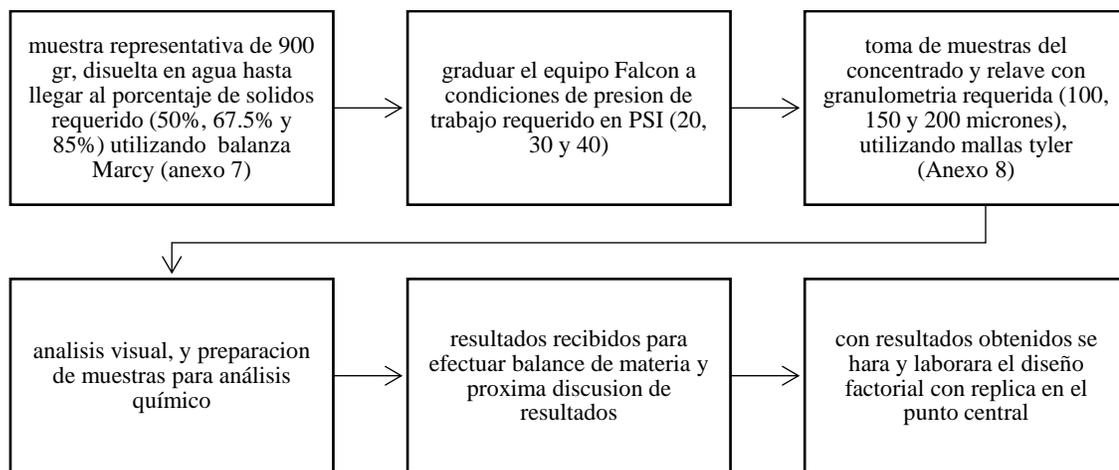
$$G.E. = 2,80 \pm 0,082 \text{ g/cc.}$$

A continuación, se muestra las condiciones de las pruebas a realizar en el concentrador Falcón, bajo el siguiente diagrama de proceso.



**Figura 15.**

*Diagrama de flujo: Procedimiento de preparación de muestras.*



*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 2.**

*Condiciones de valor mínimo y máximo de las variables seleccionadas.*

<b>VARIABLES</b>	<b>NIVEL (-)</b>	<b>NIVEL (+)</b>
% de sólidos	50	85
Presión de trabajo FALCON (PSI)	20	40
Tamaño de partícula ( $\mu$ )	100	200

*Nota.* Elaboración propia.



**Tabla 3.**

*Pruebas requeridas a diferentes condiciones de las variables, para el diseño experimental con replica en el punto central.*

<b>N° Prueba</b>	<b>% de sólidos</b>	<b>Presión de trabajo FALCON (PSI)</b>	<b>Tamaño de partícula (<math>\mu</math>)</b>
1	50	20	100
2	85	20	100
3	50	40	100
4	85	40	100
5	50	20	200
6	85	20	200
7	50	40	200
8	85	40	200
9	67.5	30	150
9	67.5	30	150
9	67.5	30	150

*Nota.* Elaboración propia.

### ***3.3.3 Resultados y balance de materia para obtener variable respuesta o dependiente***

Las tablas mostradas a continuación, es el resumen de balance de materia, donde se obtiene la respuesta a la variable dependiente (% de recuperación), trabajando a diferentes condiciones de las variables independientes, con estos resultados se obtendrá la respuesta para el diseño experimental.



**Tabla 4.**

*Resultado prueba 01*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY	CONTENIDO	RECUPERACION
		(gr/ton)	METALICO	(%)
		Au	(gr) Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO	22.35	11.75	0.263	42.29
FALCON				
RELAVE FALCON	877.65	0.41	0.358	57.71

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 5.**

*Resultado prueba 02*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY	CONTENIDO	RECUPERACION
		(gr/ton)	METALICO	(%)
		Au	(gr) Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO	23.46	11.80	0.277	44.58
FALCON				
RELAVE FALCON	876.54	0.39	0.344	55.42

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 6.**

*Resultado prueba 03*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY	CONTENIDO	RECUPERACION
		(gr/ton)	METALICO	(%)
		Au	(gr) Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO	20.33	14.00	0.285	45.83
FALCON				
RELAVE FALCON	879.67	0.38	0.336	54.17

*Nota.* Elaboración propia.



**Tabla 7.**

*Resultado prueba 04*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	21.13	13.70	0.289	46.62
RELAVE FALCON	878.87	0.38	0.332	53.38

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 8.**

*Resultado prueba 05*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	22.80	11.00	0.251	40.39
RELAVE FALCON	877.20	0.42	0.370	59.61

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 9.**

*Resultado prueba 06*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	26.20	10.85	0.284	45.78
RELAVE FALCON	873.80	0.39	0.337	54.22

*Nota.* Elaboración propia.



**Tabla 10.**

*Resultado prueba 07*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	28.40	10.28	0.292	47.01
RELAVE FALCON	871.60	0.38	0.329	52.99

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 11.**

*Resultado prueba 08*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	24.40	12.00	0.293	47.15
RELAVE FALCON	875.60	0.37	0.328	52.85

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 12.**

*Resultado prueba 09-1*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY (gr/ton)	CONTENIDO METALICO (gr)	RECUPERACION (%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	23.90	12.50	0.299	48.11
RELAVE FALCON	876.10	0.37	0.322	51.89

*Nota.* Elaboración propia.



**Tabla 13.**

*Resultado prueba 09-2*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY	CONTENIDO METALICO	RECUPERACION
		(gr/ton)	(gr)	(%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	23.75	13.20	0.314	50.48
RELAVE FALCON	876.25	0.35	0.308	49.52

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 14.**

*Resultado prueba 09-3*

DESCRIPCIÓN	PESO (gr)	LEY	CONTENIDO METALICO	RECUPERACION (%)
		(gr/ton)	(gr)	(%)
		Au	Au	Au
CABEZA (RELAVE)	900.00	0.69	0.621	100.00
CONCENTRADO FALCON	23.95	13.05	0.313	50.33
RELAVE FALCON	876.05	0.35	0.308	49.67

*Nota.* Elaboración propia.



## CAPITULO IV

### MODELAMIENTO POR DISEÑO EXPERIMENTAL

#### 4.1. Introducción.

El diseño factorial es útil para ajustar un modelo matemático en esta situación.

Al iniciar un trabajo de optimización, como no se conoce bien el proceso que se quiere mejorar, suele haber muchas variables que pueden afectarlo. Identificar las variables clave en la fase inicial de optimización es el principal objetivo. En esta etapa, se sugiere utilizar diseños factoriales.

#### 4.2. Diseño experimental en la investigación.

El diseño experimental es esencial en la industria. La aplicación de métodos estadísticos reduce la inseguridad en las conclusiones, logrando diseños de procesos eficientes.

##### 4.2.1 *Ventajas del diseño experimental.*

A continuación, se presentan las principales ventajas:

- Proporciona información detallada y específica sobre las variables clave del experimento de manera eficiente.
- Facilita la selección y organización efectiva de datos para un análisis sencillo de la información.
- Evalúa y analiza de forma clara los resultados experimentales para respaldar las conclusiones.
- Puede predecir resultados en áreas no exploradas por el experimento mediante el análisis de interacciones entre las variables.

#### 4.3. Diseño experimental con dos o más factores.

##### 4.3.1. *Diseño factorial 2k.*

Se exploran todas las combinaciones posibles de niveles de factores en cada ensayo completo o réplica del experimento. Los niveles son los valores posibles de las variables. El



diseño factorial a dos niveles se llama diseño factorial  $2^k$ . El número de experimentos a realizar se establece según la siguiente proporción;

$$N = 2^k$$

Donde:

$k$ = Número de variables;

$N$ = Número total de experimentos.

Para el mejor entendimiento de este diseño es conveniente definir lo siguiente:

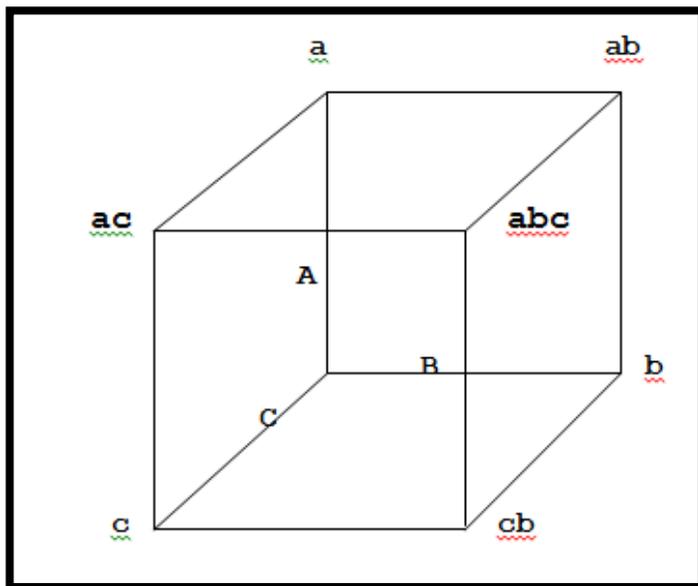
- **Niveles de un factor.** Representan las distintas intensidades o valores asignados a un factor dentro de un experimento.
- **Combinación de tratamiento.** Se refiere a la totalidad de los factores utilizados en un experimento particular, lo que implica cualquier configuración específica de los niveles de dichos factores.
- **Respuesta.** Se trata del valor numérico obtenido de una prueba, que constituye la variable que depende de otras en el estudio.
- **Efecto de un factor.** Alteración en respuesta por cambio de nivel de factor calculado como diferencia entre medias de respuestas en niveles alto y bajo.
- **Interacción.** La interacción representa el efecto adicional de combinar varios factores simultáneamente.
- **Unidad experimental.** Es la base para aplicar un tratamiento o combinación de tratamientos.
- **Error experimental.** La variación en las respuestas se conoce como error experimental cuando dos unidades reciben el mismo tratamiento y producen diferentes mediciones.

El diseño  $2^k$  puede ser conceptualizado en términos geométricos, donde cada conjunto experimental se puede representar gráficamente como puntos en un espacio, con coordenadas que varían entre +1 y -1. Su formulación matemática se corresponde con un modelo lineal de este tipo:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + E \dots \dots \dots (4.1)$$

**Figura 16.**

*Representación espacial de un diseño factorial  $2^3$*



*Nota.* Elaboración propia.

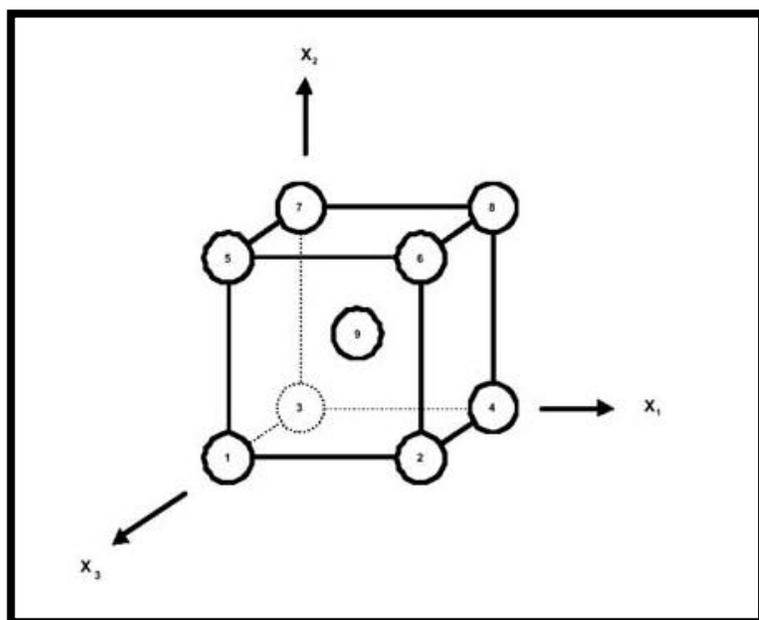
#### **4.4. Diseño factorial $2^k$ con replica en el punto central del diseño.**

El diseño factorial  $2^k$ , asume que la relación entre las variables y la respuesta es representada por un modelo matemático lineal. De ser cierta la linealidad, el modelo debe predecir adecuadamente todos los puntos del diseño, inclusive el punto central. Aunque no se verifique linealidad perfecta, el modelo funcionará bastante bien si la linealidad se cumple de manera aproximada. De no predecir adecuadamente el modelo, especialmente en el punto central, se afirma que el modelo no es suficiente para explicar las respuestas en tal región y es posible asumir la existencia de curvatura. Se debe realizar pruebas en el punto central del diseño para dar un estimado del efecto de curvatura.

Se selecciona este diseño experimental por ser el que más se ajusta a la optimización de la variable dependiente o variable respuesta, ya que otros diseños como el factorial simple, no nos da a optimizar el modelo por lo que se escala al siguiente modelo que es el de replica en el punto central ya que considera utilizar el promedio de los mínimos y máximos de las variables independientes; por otro lado se puede utilizar para tener mayor asertividad y exactitud el modelo hexagonal, el cual implica el uso de más variables, más pruebas de campo y por lo tanto mayor precisión del modelo.

**Figura 17.**

*Representación espacial de un diseño factorial 2<sup>3</sup> con replica en el punto central*



*Nota.* Elaboración propia.

#### **4.4.1. Selección de variables.**

A pesar de la multiplicidad de variables involucradas en el proceso de concentración, para los propósitos de este estudio, se eligen específicamente tres variables: el porcentaje de sólidos, la presión de operación del equipo (medida en PSI) y la granulometría del material (en micrones), con el fin de llevar a cabo la evaluación experimental. Este hecho no invalida la posibilidad de utilizar la cantidad de variables que se estime necesario, pero no se aplicaría este modelo matemático. Por lo tanto, las otras variables del proceso se mantendrán constantes durante la experimentación, esto con el objetivo de lograr optimizar la variable respuesta, % de recuperación, a través el proceso de concentración gravimétrica.

Las variables con sus respectivos niveles y replicas centrales para el diseño se muestran en la tabla 15 y 16, estas variables se definieron porque son las que mayormente influyen en el proceso por ser también de fácil medición, como el tamaño de partícula que es una muestra representativa y con granulometría adecuada para este tipo de procesos gravimétricos:



**Tabla 15.**

*Niveles de las variables*

VARIABLES	NIVEL (-)	NIVEL (+)
Z <sub>1</sub> : % de sólidos (%)	50	85
Z <sub>2</sub> : Presión de trabajo falcón (PSI)	20	40
Z <sub>3</sub> : tamaño de partícula (μ)	100	200

*Nota.* Elaboración propia.

**Tabla 16.**

*Replicas Centrales (Y°)*

% de sólido	Presión de trabajo falcón (PSI)	tamaño de partícula (μ)
67.5	30	150

*Nota.* Elaboración propia.

A continuación, se inicia la elaboración del diseño experimental planificado. Este diseño especifica los valores de las variables en su escala original (Z<sub>j</sub>) y su correspondiente representación en escala codificada (X<sub>j</sub>), mientras que la variable de interés es el porcentaje de extracción de oro (Y) (consultar tabla 17).

**Tabla 17.**

*Variables en escala natural y codificada con replicas en el centro*

PRUEBA (N)	Z1	Z2	Z3	X1	X2	X3	RESPUESTA (Y)
1	50	20	100	-1	-1	-1	42.29
2	85	20	100	1	-1	-1	44.58
3	50	40	100	-1	1	-1	45.83
4	85	40	100	1	1	-1	46.62
5	50	20	200	-1	-1	1	40.39
6	85	20	200	1	-1	1	45.78
7	50	40	200	-1	1	1	47.01
8	85	40	200	1	1	1	47.15
9	67.5	30	150	0	0	0	48.11
9	67.5	30	150	0	0	0	50.48
9	67.5	30	150	0	0	0	50.33

*Nota.* Elaboración propia.



#### 4.4.2. Cálculo de efectos.

Se analizan los efectos de las variables en la respuesta del proceso para evaluar su influencia. Estas diferencias muestran cómo varían las respuestas según el nivel de las variables en los tratamientos, definido por:

$$Ex_j = \frac{(\sum Y_{+}) - (\sum Y_{-})}{\left(\frac{N}{2}\right) * r} \dots\dots\dots (4.2)$$

Donde:

$\sum Y_{+}$  = Sumatoria de las respuestas correspondiente al nivel superior de las variables en cuestión.

$\sum Y_{-}$  = Sumatoria de las respuestas correspondiente al nivel inferior de las variables en cuestión.

$N$  = Número de pruebas experimentales.

$r$  = Número de réplicas en el diseño.

Otra manera de calcular los efectos es usando matrices, conveniente al trabajar en computadora o usar lenguaje de programación, está dado por:

$$Ex_j = \frac{\sum_{i=1}^N X_{ij} Y_j}{\left(\frac{N}{2}\right) * r} = \frac{[X^T] * [Y]}{\left(\frac{N}{2}\right) * r} \dots\dots\dots (4.3)$$

Donde:

$[X^T]$  = Matriz transpuesta.

$[Y]$  = Matriz de las variables respuesta.

La matriz del diseño factorial con una sola prueba en cada punto externo del diseño se observa en la tabla 18.



**Tabla 18.**

*Matriz del diseño factorial y respuestas experimentales*

PRUEBA (N)	Z1	Z2	Z3	X1	X2	X3	RESPUESTA (Y)
1	50	20	100	-1	-1	-1	42.29
2	85	20	100	1	-1	-1	44.58
3	50	40	100	-1	1	-1	45.83
4	85	40	100	1	1	-1	46.62
5	50	20	200	-1	-1	1	40.39
6	85	20	200	1	-1	1	45.78
7	50	40	200	-1	1	1	47.01
8	85	40	200	1	1	1	47.15

*Promedio general (exceptúa puntos en el centro) Y = 44,95*

Operando por matrices se obtiene el efecto, (ver tabla 19).

$$\begin{array}{c}
 [X] \\
 \left( \begin{array}{cccccccc}
 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\
 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\
 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\
 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1
 \end{array} \right) \\
 [X^T] \qquad \qquad \qquad [Y] \qquad \qquad [X^T][Y]
 \end{array}$$

$$\left( \begin{array}{cccccccc}
 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
 -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\
 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\
 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\
 -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1
 \end{array} \right) * \left( \begin{array}{c}
 42.29 \\
 44.58 \\
 45.83 \\
 46.62 \\
 40.39 \\
 45.78 \\
 47.01 \\
 47.15
 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c}
 359.64 \\
 8.60 \\
 13.58 \\
 1.01 \\
 -6.76 \\
 2.45 \\
 2.42 \\
 -3.75
 \end{array} \right)$$



**Tabla 19.**

*Cálculo de efectos*

	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$
$[X^T][Y]$	359.64	8.60	13.58	1.01	-6.76	2.45	2.42	-3.75
EFFECTOS		2.15	3.40	0.25	-1.69	0.61	0.60	-0.94

*Nota.* Elaboración propia.

El significado físico del cálculo de los efectos es ver como varia la respuesta al variar una variable de su nivel inferior al superior. Las siguientes observaciones se deducen de los efectos calculados.

- Al aumentar la presión de trabajo PSI ( $X_2$ ) de 20 PSI a 40 PSI, incrementa la recuperación de Au en 3,40 %.
- Al incrementar el porcentaje de solidos ( $X_1$ ) de 50% a 85%, incrementa la recuperación de Au en 2.15.
- El impacto del tamaño de partícula ( $X_3$ ) y de las interacciones es insignificante, por lo tanto, no tienen relevancia en el proceso.

#### 4.4.3. Análisis de varianza.

El ANOVA es una herramienta esencial en estadística inferencial. Su aplicación busca medir la relevancia de los efectos en el diseño experimental. Se busca determinar qué variables son relevantes en el rango de estudio.

El análisis de varianza implica el cálculo de:

$SS_{Total}$  = Suma total de cuadrados.

$SS_{Efectos}$  = Suma de cuadrados debida a los efectos o tratamientos.

$SS_{Error}$  = Suma de cuadrados debida al error.

$SS_{Curvatura}$  = Suma de cuadrados debida a la curvatura.

La totalidad de la variabilidad de los datos se descompone en sus distintas partes según la siguiente expresión matemática:

$$SS_{Total} = SS_{Efectos} + SS_{Error} \dots\dots\dots(4.4)$$



La suma de cuadrados de los efectos e interacciones se da por la siguiente ecuación:

$$SS_{Efecto} = \frac{\left(\sum_{i=1}^N X_{ij} Y_j\right)^2}{N_j} = \frac{\{X^T\} * \{Y\}^2}{N_j} \dots\dots\dots(4.5)$$

La cantidad total de errores cuadráticos se determina utilizando la siguiente fórmula:

$$SS_{Error} = \sum_{i=1}^{n^0} (Y_i^0 - \bar{Y}^0)^2 \dots\dots\dots(4.6)$$

Donde:

$Y_i^0$  = Réplicas en el punto central del diseño.

$n^0$  = Número de réplicas en el centro.

$$\bar{Y}^0 = \frac{\sum_{j=1}^{n^0} Y_j^0}{n^0} = \text{Promedio de todas las réplicas.}$$

La suma de los cuadrados atribuibles a la curvatura se determina con esta fórmula:

$$SS_{curvatura} = \frac{Nn^0(\bar{Y} - \bar{Y}^0)^2}{N + n^0} \dots\dots\dots(4.7)$$

Donde:

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{j=1}^N Y_j}{N} = \text{Promedio de puntos exteriores del diseño.}$$

El análisis de los efectos reveló que las variables X1 y X2 (% de sólidos y presión de trabajo) tienen un impacto significativo en el proceso. La importancia precisa y estadística de estas variables se puede determinar mediante el teorema de Cochran, cuya expresión se presenta a continuación:

$$F_0 = \frac{MS_{Efectos}}{MS_{Error}} \dots\dots\dots(4.8)$$

$$MS_{Efectos} = \frac{SS_{Efectos}}{f_1} \dots\dots\dots(4.9)$$

$$MS_{Error} = \frac{SS_{Error}}{f_2} \dots\dots\dots(4.10)$$



Donde:

$f_1$  = grados de libertad de los efectos e interacciones, generalmente iguales a uno en los diseños factoriales a dos niveles

$f_2 = (n^0-1)$  = grados de libertad de la suma de cuadrados del error, para el presente caso igual a dos ( $f_2 = 3-1=2$ ).

Los resultados obtenidos de los cálculos realizados anteriormente se presentan en la tabla 20.

**Tabla 20.**

*Análisis de varianza*

FUENTE DE VARIACION	SUMA DE CUADRADOS (SS)	GRADOS DE LIBERTAD (f)	MEDIA DE CUADRADOS (MS)	F <sub>0</sub>
X <sub>1</sub> (% de sólidos)	9.24	1	9.24	5.23
<b>X<sub>2</sub> (presión PSD)</b>	<b>23.06</b>	<b>1</b>	<b>23.06</b>	<b>13.05</b>
X <sub>3</sub> (tamaño de partícula)	0.13	1	0.13	0.07
X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> (% de sólidos-presión)	5.71	1	5.71	3.23
X <sub>1</sub> X <sub>3</sub> (% de sólidos-tamaño part)	0.75	1	0.75	0.43
X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> (Presión-tamaño part.)	0.73	1	0.73	0.41
X <sub>1</sub> X <sub>2</sub> X <sub>3</sub> (%de sólidos-Presión-tamaño part.)	1.75	1	1.75	0.99
<b>Curvatura</b>	<b>47.89</b>	<b>1</b>	<b>47.89</b>	<b>27.11</b>
Error	3.53	2	1.767	
Total	92.81	10		

*Nota.* Elaboración propia.

Una variable o interacción es significativa si se cumple la siguiente condición:

$$F_0 > F(\alpha, f_1, f_2)$$

Donde:

$\alpha$  = nivel de confianza o significancia (generalmente al 0,01; 0,05 o 0.10).

Para un nivel de confianza del 90%, los valores críticos de la distribución F para 1y2 grados de libertad son, respectivamente, los siguientes:



$$F(\alpha, f_1, f_2) = F(0,10; 1; 2) = 8,52.$$

Del valor obtenido de tablas ( $F = 8,52$ ) y el valor calculado ( $F_0$ ) se deduce que la variable más significativa es:

- $X_2$  (Presión de trabajo) este valor es elegido ya que  $F_0 > F$  ( $13.05 > 8.52$ ), por consiguiente esta variable es la más influyente en el proceso de optimizar la recuperación de contenido metálico valioso presente en el relave.
- También se observa que el efecto de la curvatura es muy significativo ( $27.11 > 8.52$ ), por lo que se concluye que la región óptima se encuentra en el centro del diseño.

#### 4.4.4. Modelo matemático.

Después de identificar los efectos y realizar el análisis de varianza, se concluye que la variable ( $X_2$ ) es significativa. Por lo tanto, debemos crear un modelo matemático lineal. Es importante porque el modelo predice el fenómeno con mayor precisión al establecer relaciones entre variables. Un modelo matemático cuantifica las interacciones entre variables de un sistema.

El modelo matemático lineal es de la siguiente forma:

$$\hat{Y} = \bar{Y} + \sum_{j=1}^k b_j X_j + \sum_{\substack{u,v=1 \\ u \neq j}}^k b_{uv} X_u X_v + \dots \quad (4.11)$$

Los coeficientes  $b_j$  y  $b_{uv}$  se hace uso de la fórmula matricial o a partir de los efectos:

$$[B] = ([X^T][X])^{-1} ([X^T][Y]) \quad (4.12)$$

ó

$$b_j = \frac{Ex_j}{2} \quad (4.13)$$

Sustituyendo los efectos calculados de la tabla 19 en la ecuación 4.13, hallamos los coeficientes de regresión  $b_j$ :

$$\bar{Y} = 44,9550$$

$$b_1 = 1,6977$$



Con estos cálculos y al sustituir en la ecuación 4.11, el modelo matemático se expresa así:

$$\hat{Y} = 44,9550 + 1,6977X_2 \dots(4.14)$$

#### 4.4.5. Análisis de residuos.

El análisis de residuos se efectúa para saber cuán distanciados están los valores que se predicen con el modelo de los valores experimentales. Este análisis considera los residuales igual

$$a: Y - \hat{Y}$$

Que se resume en la tabla 21

**Tabla 21.**

*Análisis de residuales*

N	X <sub>0</sub>	X <sub>1</sub>	Y	Ŷ	Y - Ŷ	(Y - Ŷ) <sup>2</sup>
1	1	-1	42.29	43.257	-0.97	0.938
2	1	-1	44.58	43.257	1.32	1.744
3	1	1	45.83	46.653	-0.82	0.673
4	1	1	46.62	46.653	-0.04	0.00
5	1	-1	40.39	43.257	-2.87	8.241
6	1	-1	45.78	43.257	2.52	6.345
7	1	1	47.01	46.653	0.36	0.130
8	1	1	47.15	46.653	0.50	0.247
Σ						18.319

*Nota.* Elaboración propia.

Con los datos del cuadro 4.7, se calcula la suma de cuadrados medios del residual del modelo (SSMR) usando esta ecuación:

$$SSM_R = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} (Y - \hat{Y})^2}{N_r - I} \dots\dots\dots(4.15)$$



Donde:

$\hat{Y}$  = "Y" estimado o respuesta según el modelo matemático.

Y = "Y" observado o respuesta experimental.

$N_r$  = Número total de experimentos.

I = Número de parámetros del modelo matemático.

$N_r - I = f_R =$  Grados de libertad del residuo, para el presente estudio igual a cinco ( $f_R = 8 - 3 = 5$ ).

Al usar la ecuación 4.15 se calcula la SSMR del modelo ( $SSM_R$ ):

$$SSM_R = \frac{13,354}{8-3} = 2,671$$

Se aplica la prueba F para verificar si el modelo se ajusta a los datos experimentales:

$$F_0 = \frac{SSM_{Residual}}{MS_{Error}} \dots\dots\dots(4.16)$$

$$F_0 = \frac{2,671}{1,02} = 2,6192$$

Entonces el modelo es adecuado si:

$$F_0 < F(\alpha, f_R, f_2)$$

$\alpha = 0,10$ ; es decir para un nivel de confianza del 90%.

Para un nivel de significancia de 90% F de tabla para cinco y dos grados de libertad, respectivamente es:

$$F(\alpha, f_R, f_2) = \underline{F}(0,10; 5; 2) = 9,30.$$

Como  $F_0$  calculado es menor que F de tabla ( $2.61 < 9.30$ ), por lo tanto, el modelo matemático se ajusta o representa adecuadamente a los datos experimentales.



**4.4.6. Decodificación del modelo a escala natural.**

El modelo matemático codificado fue:

$$\hat{Y} = 44,9550 + 1,6977X_2$$

En este modelo, X2 se representa con valores (-1) y (1). Se calcula el modelo decodificado para sustituir valores reales de las variables:

$$\hat{Y}_D = a_0 + a_1Z_1 + a_2Z_2 \dots\dots\dots(4.17)$$

Donde:

$$a_0 = \bar{Y} - b_1\varepsilon_{X1} - b_2\varepsilon_{X2} \dots\dots\dots(4.18)$$

$$a_1 = \frac{b_1}{\Delta Z_{X1}} \dots\dots\dots(4.19)$$

$$a_2 = \frac{b_2}{\Delta Z_{X2}} \dots\dots\dots(4.20)$$

Ahora se calculará lo siguiente:

- **Centro del diseño:**

$$Z_{X2}^0 = \frac{20 + 40}{2} = 30$$

- **Radio del diseño:**

$$\Delta Z_{X2} = \frac{40 - 20}{2} = 10$$

- **Relación ε:**

$$\varepsilon_{X2} = \frac{Z_{X2}^0}{\Delta Z_{X2}} = \frac{30}{10} = 3,00$$

Lo cual se resume en la tabla 22:



**Tabla 22.**

*Valores para la decodificación del modelo*

	<b>X1</b>
Nivel Inferior (-)	20.00
Nivel Superior (+)	40.00
Centro del Diseño ( $Z^{\circ}_j$ )	30.00
Radio del Diseño ( $\Delta Z_j$ )	10.00
Relación ( $\epsilon_j$ )	3.00

*Nota.* Elaboración propia.

Sustituyendo estos valores en las ecuaciones 4,18; 4,19 y 4,20 se calculan los coeficientes de la ecuación a escala original:

$$a_0 = 39,8618$$

$$a_1 = 0,3395$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación 4.17, hallamos la ecuación final en su forma original:

$$\hat{Y}_D = 39,8618 + 0,3395Z_2 \dots(4.21)$$

**%Recuperación** (*variable dependiente*) = **39,86+0.34\*Presión de trabajo** (*variable independiente*)

La ecuación decodificada anterior, siendo una ecuación lineal, nos ayuda a tener una recuperación (variable respuesta o dependiente) igual 39.86% y para incrementar esta recuperación e ir optimizando el proceso, se tendrá que subir la presión de trabajo (variable independiente) de manera escalonada para obtener un beneficio en la recuperación de 0.34 % por cada unidad de PSI que se incremente en el concentrador gravimétrico, así poder lograr el óptimo del proceso el cual es obtener recuperaciones mayores al 50%.

A partir de esta ecuación (4.21), despejando  $Z_2$  se obtiene la ecuación 4.22, y dando valores a  $Z_2$  se construye la tabla de tabulación 23 y 24.

$$Z_2 = (\hat{Y}_D - 39,8618) / 0,3395 \dots(4.22)$$



**Presión de trabajo** (*variable independiente*) = (%**Recuperación** (*variable dependiente*) - 39,86) / 0.34

Con la ecuación 4.21, que es el resultado de utilizar el modelamiento matemático por diseño experimental, podemos predecir de manera estadística los resultados con la presión de trabajo (variable independiente), ya se para una recuperación del contenido metálico valioso por encima del 50% de recuperación de oro (variable dependiente); así mismo podemos definir las condiciones de trabajo de la variable independiente para llegar a optimizar el proceso, que de acuerdo a la ecuación 4.22 sería trabajar con la presión de trabajo (variable independiente) por encima de los 30 PSI, para obtener una óptima recuperación que dé como respuesta por encima del 50% de recuperación de oro (variable dependiente); con lo cual logramos el procesamiento óptimo y adecuado de los relaves de SULLCA, recuperando en mayor porcentaje el contenido metálico (oro) presente en estos relaves en este caso por encima del 50%.

Con las tablas 23 y 24, se realiza las tabulaciones que predice la variable respuesta a obtener y optimizar de acuerdo con las condiciones de trabajo que nos da el modelo matemático.

**Tabla 23.**

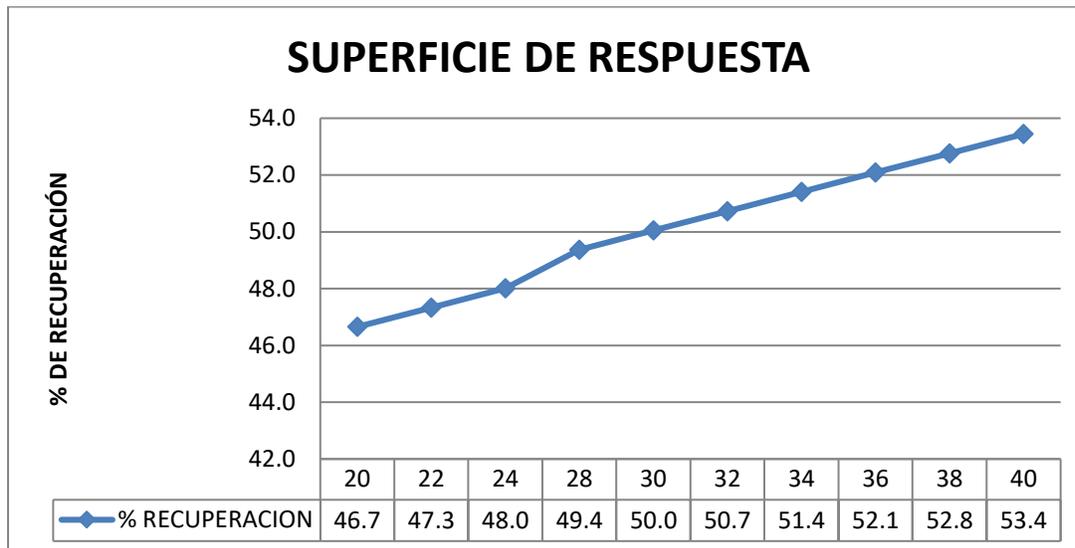
*Tabulación de datos reemplazando valores de presión entre 20 y 40 PSI*

Z2(PRESION DE TRABAJO PSI)	% RECUPERACION
20	46.7
22	47.3
24	48.0
28	49.4
30	50.0
32	50.7
34	51.4
36	52.1
38	52.8
40	53.4



**Figura 18.**

*Superficie de respuesta a la ecuación 4.21*



Nota. *Elaboración propia*

**\*Comentario:** como se observa el proceso de recuperación de mineral valioso se da al trabajar la variable independiente por encima de 30 PSI, el cual nos da recuperaciones optimas mayores al 50%, lo cual a nivel de la industria metalúrgica son valores aceptables para poder tratar el material desde el punto de vista metalúrgico.

**Tabla 24.**

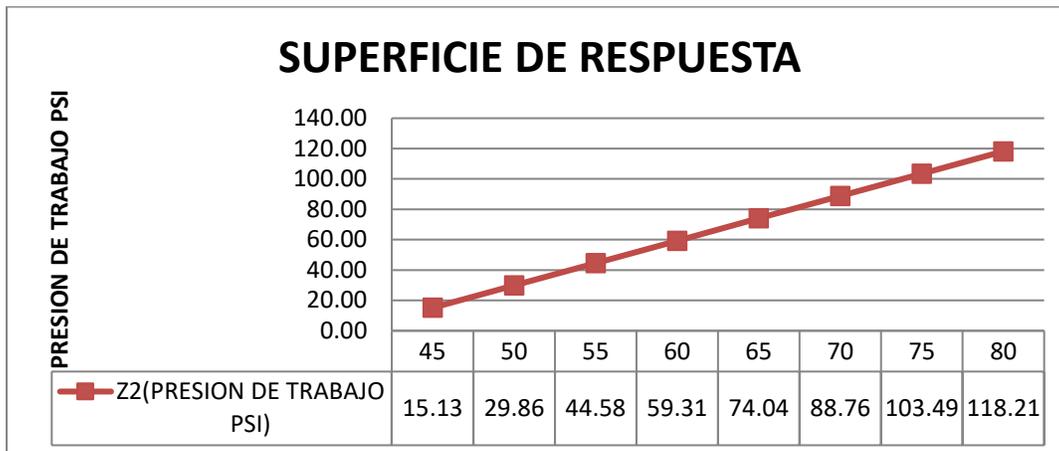
*Tabulación de datos reemplazando valores de recuperación entre 45% y 80%.*

% RECUPERACION	Z2(PRESION DE TRABAJO PSI)
45	15.13
50	29.86
55	44.58
60	59.31
65	74.04
70	88.76
75	103.49
80	118.21



Figura 19.

Superficie de respuesta a la ecuación 4.22



Nota. *Elaboración propia*

**\*Comentario:** Para optimizar al máximo el proceso de recuperación de material valioso contenido en los relaves de SULLCA, el modelo matemático nos da a predecir que si deseamos obtener recuperaciones óptimas del orden del 75% al 80%, es necesario contar con equipos gravimétricos que tengan una presión de trabajo que superen los 100 PSI



## CAPITULO V

### DISCUSION DE RESULTADOS

#### 5.1. Descripción de los hallazgos más significativos y relevantes.

Se deduce lo siguiente:

- De las tres variables en estudio las que resultan significativas por la prueba de efectos calculados son aquellas mayores a la unidad en este caso se observa que los únicos que cumplen este requisito son las variables  $X_1$  y  $X_2$ , ni la 3ra variable ni las interacciones entre ellas nos dan significancia para este proceso, por lo que inicialmente consideramos que  $X_1$  (% de solidos) y  $X_2$  (Presión de trabajo en PSI) son las variables para seguir en estudio para el modelamiento matemático.

	$X_0$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$
$[X^T][Y]$	359.64	8.60	13.58	1.01	-6.76	2.45	2.42	-3.75
<b>EFFECTOS</b>		<b>2.15</b>	<b>3.40</b>	<b>0.25</b>	<b>-1.69</b>	<b>0.61</b>	<b>0.60</b>	<b>-0.94</b>

- Para determinar la importancia de  $X_1$  y  $X_2$ , se hace un análisis de varianza con 90% de confiabilidad, donde se considera una variable relevante si satisface cierta condición:

$$F_0 > F(\alpha, f_1, f_2)$$

El valor crítico de F para un nivel de significancia del 90% son 4.65 y 4.61.:

$$F(\alpha, f_1, f_2) = F(0,10; 1; 2) = 8,52.$$

Según la comparación entre el valor obtenido de las tablas ( $F = 8,52$ ) y el valor calculado ( $F_0$ ), se determina que la variable más influyente en este experimento es  $X_2$  (Presión de trabajo), ya que  $F_0$  es mayor que  $F$  ( $13.05 > 8.52$ ). Además, se nota que el efecto de la curvatura es considerablemente significativo ( $27.11 > 8.52$ ), lo que lleva a concluir que la región óptima se encuentra en el centro del diseño.



- La variable significativa es la **presión de trabajo ( $X_2$ )** del equipo Falcón expresado en PSI dentro de este proceso industrial. Se procede a elaborar el modelo matemático codificado y su posterior decodificación, queda determinado el experimento por el siguiente modelo matemático:

$$\hat{Y}_D = 39,8618 + 0,3395Z_2$$

- Al tabular el modelo matemático obtenido, con respecto a la presión de trabajo, se debe de trabajar a una presión optima entre **30 y 35 PSI**, con esto se conseguirá una Recuperación Optima por encima de 50.00%
- Como se observa y concluyendo esta discusión nos damos cuenta que el modelo matemático nos ayuda a predecir el óptimo del proceso que sería a un 50,00 % de recuperación trabajando a una presión por encima de 30 PSI.

## 5.2. Limitaciones de estudio.

Dentro de las limitaciones de estudio tenemos lo siguiente:

- El diseño experimental aplicado es solo para los relaves de SULLCA; motivo que cada zona, cada relave tiene sus características propias y particulares, no respondiendo los relaves de otras zonas a este diseño ya que es un estudio particular para este tipo de relaves, pero si sirve de referencia de estudio.
- De todo esto se puede seguir realizando ensayos y correr mayor cantidad de pruebas para mejorar el modelo matemático y optimizar y control de calidad del proceso de recuperación de relaves de Sullca, ya que el acceso a logística, materiales y equipos son a manera de préstamo y se cuenta solo por tiempos limitados.
- Otra limitación es el poco apoyo de las pequeñas empresas o mineras artesanales, que no se interesan por este tipo de procesos de tecnología limpia, prefieren buscar e invertir en labores o yacimientos vírgenes por tener mayor contenido del metal valioso.
- El poco acceso a equipos de concentración gravimétrica, ya que el equipo que se tenía es de préstamo de una empresa que hace pruebas de este tipo, no pudiendo hacer mayor cantidad de pruebas para descartar y aceptar más variables.



- El costo de análisis químico es costoso y el análisis se realiza en la ciudad de Arequipa o en la ciudad Lima, lo cual incrementa el costo de análisis y limita el número de pruebas a realizar.

### 5.3. Comparación crítica con la literatura existente.

- Comparando la presente investigación con la bibliografía encontrada con los antecedentes de estudio a nivel nacional del tema “Recuperación de plata de los relaves de flotación, mediante la lixiviación en la Empresa Administradora Cerro SAC”; deducimos que estamos dentro del rango de recuperación de metales valioso, en el estudio del tema mencionado llegan a una recuperación por encima del 50.06%, en nuestro caso estamos en ese rango.
- Respecto al Diseño experimental con réplica en el punto central, en nuestro caso el modelo está en el centro de diseño, es decir que los mejores resultados se obtienen cuando se saca el valor promedio de los valores mínimos y máximos de las variables independientes que da como resultado el óptimo de recuperación llegando a un valor de 50.48%, la mejor respuesta se da en las pruebas para las réplicas. Por lo que el modelo de acuerdo con la teoría debería encontrarse en este rango de réplicas.

### 5.4. Implicancias del estudio.

- El realizar el presente estudio, nos abre la posibilidad de explorar nuevas industrias, investigarlas y realizar diverso tipo de estudios.
- El estudiar el diseño factorial nos da la posibilidad de explorar otros diseños para poder interactuar diferentes variables y en mayor cantidad para obtener modelos matemáticos que nos ayuden a predecir diferentes hipótesis que nos podemos plantear en diferentes estudios.



## CONCLUSIONES

1. Se logró modelar matemáticamente el proceso gravimétrico en el tratamiento de relaves de SULLCA, optimizando el proceso al utilizar el diseño factorial  $2^3$  con replica en el punto central, logrando recuperaciones de concentrado de oro mayores al 50%.
2. Se obtuvieron muestras representativas cuyos valores granulométricos están comprendidos entre los 100 y 200 micrones, lo cual demuestra lo óptimo del muestreo sistemático.
3. El modelamiento por diseño experimental determino como la variable de mayor relevancia la presión de trabajo dentro del proceso gravimétrico para recuperar el contenido metálico de oro contenido en los relaves, aclarando que no existe interacción con las demás variables seleccionadas.
4. El modelo matemático que se obtuvo para el procesamiento gravimétrico de recuperación de los relaves de SULLCA es el siguiente:  $\hat{Y}_D = 39,8618 + 0,3395 Z_2$  ó % Recuperación=  $39,8618 + 0,3395$  (Presión de trabajo en PSI).
5. Con este modelo matemático logramos optimizar la recuperación del contenido metálico valioso (oro) presente en los relaves de SULLCA, llegando a una recuperación en el experimento 10, con un valor de recuperación de 50,48%. Modelando matemáticamente, se aprecia que, con una presión de trabajo por encima de 30 PSI, se lograra el óptimo de recuperación igual y por encima del 50,00 % de recuperación.



## RECOMENDACIONES

Se recomienda:

1. A los microempresarios de Sicuani, la comunidad de Sullca, proseguir con estudios de este nivel en los relaves de Sullca, ya que un modelo matemático nos ayuda a predecir y optimizar cada proceso productivo, garantizando que la comunidad tenga participación activa en cada etapa de la investigación.
2. Para implementar una pequeña planta dentro de la comunidad, se recomienda trabajar con concentradores gravimétricos Falcón con presiones superior a 30 PSI, para llegar a optimizar de mejor manera el % de recuperación obtenido y tener mayor cantidad de contenido metálico valioso (oro).
3. De todo el proceso gravimétrico realizado con los relaves de Sullca, se recomienda tener mayores controles industriales en cada etapa, seleccionar otras variables y modelarlos adecuadamente, para que al procesar estos relaves la comunidad tenga acceso a información de primera mano y esta a su vez ser replicada por inversionistas en este campo de la industria.
4. Se aconseja realizar más pruebas y añadir más variables de operación en los estudios de modelamiento para lograr resultados óptimos en este proceso.
5. Se recomienda brindar la información a la comunidad de Sullca, microempresarios relacionados a este rubro, para que tenga referencia del estudio realizado en la cancha de relaves y puedan invertir en recuperar, ya que sería un plus de ingreso laboral para la comunidad.



## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, P. (12 de septiembre de 2008). *Studocu*. Obtenido de <https://www.studocu.com/es-mx/document/instituto-tecnologico-de-aguascalientes/seis-sigma/taller-diseno-de-experimentos/7008500>
- Angel. (29 de junio de 2019). *Teoría del muestreo*. Obtenido de <https://www.angelfire.com/sc/matasc/EyD/bioesta/muestreo.htm>
- Astuyauri, D., & Pulcha, E. (2020). *Evaluación de la viabilidad aplicativa de la fitorremediación en relaves mineros a partir de plantas de sembrío tradicionales. Caso: Quebrada Corte Ladrones – Perubar*. Lima: PUCP.
- Campos, B. (2015). *Modelo de negocio para el tratamiento de relaves en la minería Chilena*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
- Futura Technologies. (12 de abril de 2008). Obtenido de <https://www.fururatech.pe/home>
- Gonzales, J. (2013). *Diseño factorial 2k*. Trujillo: Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas.
- Ipenza, C. (2012). *La pequeña minería y la minería artesanal y los decretos legislativos vinculados a la minería legal*. Lima: Sociedad Peruana de Derecho Ambiental.
- MINAN. (1995). *Guía ambiental para el manejo de relaves mineros*. Lima: MINAN.
- Ramos, A. (2019). *Recuperación de plata de los relaves de flotación, mediante la lixiviación en la Empresa Administradora Cerro SAC*. Lima: UNMSM.



ANEXOS

Anexo N°1: Matriz de consistencia.

FORMULACION DEL PROBLEMA	OBJETIVO	HIPOTESIS	VARIABLES	METODOLOGIA
GENERAL	GENERAL	GENERAL		
¿Cómo procesar los relaves de Sullca para recuperar el oro contenido en él y hacer el adecuado control de calidad utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental?	Procesar los relaves por gravimetría y hacer un adecuado control de calidad, utilizando el modelamiento matemático por diseño experimental para el procesamiento gravimétrico de recuperación de los relaves de SULLCA y predecir estadísticamente los resultados que se desee obtener.	Al modelar matemáticamente el procesamiento gravimétrico de los relaves proveniente de Sullca, optimizamos la calidad del producto final (concentrado de oro), por lo tanto, se logra un óptimo porcentaje de recuperación del contenido metálico valioso (oro) por encima del 50%.		<p><b>TIPO DE INVESTIGACION:</b> Aplicada</p> <p><b>NIVEL DE INVESTIGACION:</b> Descriptiva</p> <p><b>METODO DE INVESTIGACION:</b> Experimental-Analítico-Inductivo</p> <p><b>ENFOQUE DE LA INVESTIGACION:</b> Cuantitativo</p> <p><b>DISEÑO DE LA INVESTIGACION:</b> Experimental-de caracter pre experimental.</p> <p><b>TECNICAS:</b> Experimental a nivel laboratorio, bibliográfica, revisión de datos</p> <p><b>INSTRUMENTOS:</b> Toma de muestras en campo, antecedente de investigación, pruebas gravimétricas en concentrador falcon</p>
ESPECIFICOS	ESPECIFICOS	ESPECIFICOS	<p>a) <b>Independientes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>Tamaño de partícula (micrones)</i></li> <li>➤ <i>Presión (PSI)</i></li> <li>➤ <i>Porcentaje de sólidos (%)</i></li> </ul>	
a) ¿Cómo lograr una muestra significativa que tenga la granulometría adecuada para poder ser procesada por concentración gravimétrica?	a) Obtener muestras representativas de los relaves que tengan una granulometría en micrones adecuada para ser procesadas por concentración gravimétrica.	a) El análisis de las muestras representativas de los relaves permiten determinar la granulometría en micrones adecuado para ser procesado por concentración gravimétricas.		
b) ¿Cómo identificar las variables más significativas y que parámetros serán los adecuados para el procesamiento gravimétrico de los relaves de SULLCA y de esta manera poder recuperar en mayor porcentaje el oro contenido en él?	b) Identificar las variables más significativas como: la presión de trabajo del equipo en el proceso, el % de sólidos en la pulpa mineral y la granulometría (tamaño de partícula) y parámetros adecuados del procesamiento gravimétrico de los relaves de SULLCA para tener una recuperación de oro superior al 50 %.	b) Al desarrollar el modelo matemático, utilizando el diseño factorial se controla la calidad del concentrado, manejando las variables identificadas y los parámetros de los mismos para obtener una recuperación por encima del 50% del contenido metálico (oro).	<p>b) <b>Dependiente:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <i>% de recuperacion</i></li> </ul>	
c) ¿Se podrá lograr un procesamiento óptimo para recuperar el mayor porcentaje de oro presente en los relaves de SULLCA?	c) Lograr el procesamiento optimo y adecuado de los relaves de SULLCA, recuperando en mayor porcentaje el contenido metálico (oro) presente en estos relaves.	c) A partir del modelamiento matemático se optimiza y controla el procesamiento de los relaves, verificando la calidad de los mismo en cada etapa del proceso de recuperación del contenido metálico valioso (oro).		



Anexo N°2: Tecnología de la concentración centrífuga.

## TECNOLOGIA DE LA CONCENTRACION CENTRIFUGA

### 1. GENERALIDADES DE LA CONCENTRACIÓN POR GRAVEDAD

Según Des Clifford <sup>(1)</sup>, la concentración por gravimetría es la más simple y económica de todos los métodos de procesamiento de minerales y permite la recuperación de valores en un rango de tamaño bastante amplio, desde un tamaño grueso como 500 mm hasta los más finos como 5 micrones, donde las partículas de mineral son separadas debido a su diferencia de densidad. Cuanto mayor es la diferencia en la densidad de dos minerales componentes de una mena, mayor será la facilidad con que se efectúe la separación.

En la concentración convencional por gravedad, las partículas en un medio fluido se mueven para crear dos distintas corrientes: una con las partículas de baja densidad compuestas mayoritariamente por materiales estériles (colas) y la otra con las partículas de alta densidad (concentrado) como se observa en figura 1.

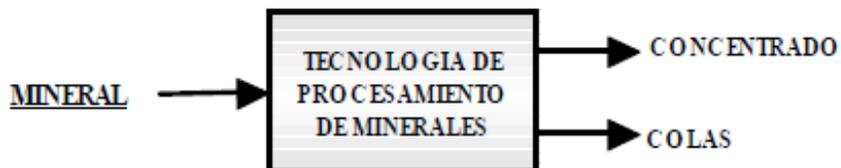


Figura 1: Separación en procesamiento de minerales

Los equipos y maquinarias de concentración por gravedad son divididos en cuatro grandes grupos, cada uno de estos utilizan principios de separación diferentes. Estos principios se ilustran en figura 2.

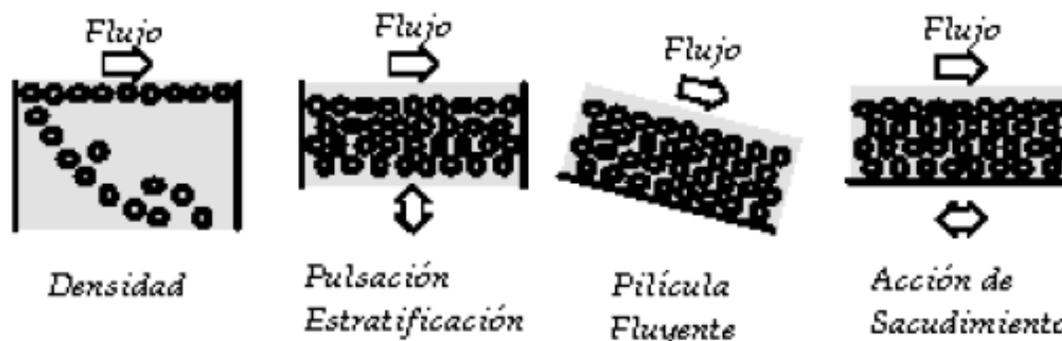


Figura 2: Mecanismos de separación

El mecanismo que involucra la concentración por gravedad utiliza la densidad de un fluido o pulpa y la fuerza gravitacional para separar las partículas en dos productos, el liviano y el pesado.

Ajustando la densidad de la pulpa, por variación de la cantidad de sólidos presente en una operación, puede modificarse el punto de corte final (en términos de densidad) entre los dos productos. La separación se lleva a cabo entonces por sedimentación impedida. Entre los equipos de este grupo podemos citar a los de la separación por medios pesados (figura 3).

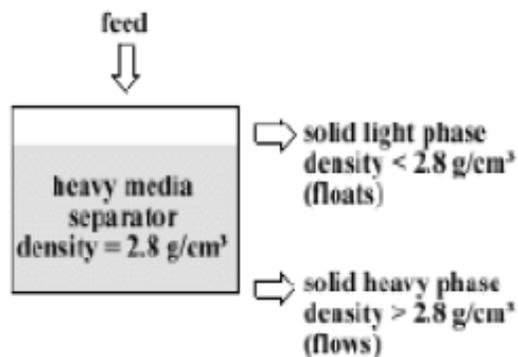


Figura 3 :Principio de separación por medios pesados

Sin embargo, el tiempo del proceso de separación se prolonga considerablemente cuando el tamaño de la partícula se torna cada vez más fina. Bajo estas circunstancias, se usa la fuerza centrífuga para llevar a cabo la separación puesto que ésta, es mucho más fuerte que la fuerza gravitacional.



El hidrociclón de medios pesados y el separador tubular también de medios pesados (figura 4) corresponden a los equipos que trabajan con el rango de partículas mucho más finas.

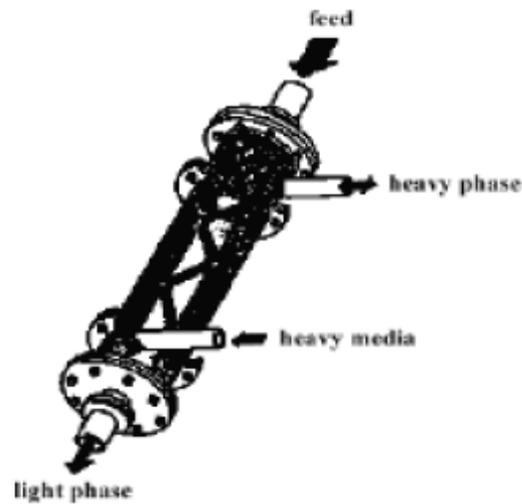


Figura 4: Separador Tubular de medios pesados (Wills, 1988)

La estratificación de las partículas de acuerdo a su densidad son llevadas a cabo generalmente en equipos denominados como jigs (Plumpton, 1996)<sup>(2)</sup>. El mecanismo de pulsación y estratificación esta basado en las pulsaciones verticales que ocurren en un medio fluido (agua).

El mecanismo permite separar los componentes de un mineral de acuerdo a su peso específico, en un medio acuoso que alterna la sedimentación libre y la sedimentación obstaculizada, gracias a la pulsación del líquido producida por diferentes medios (figura 5).

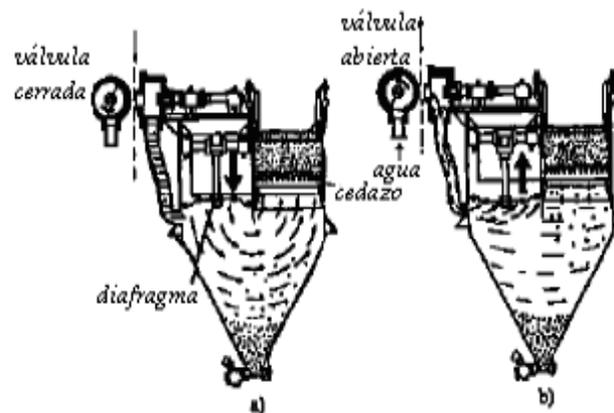


Figura 5: Jig tipo Denver.  
A) Pulsación  
B) Succión.



El proceso de concentración por corriente laminar de agua consiste en dejar arrastrar por el agua una carga de mineral sobre una superficie inclinada, donde las partículas más livianas son empujadas por la lamina de agua a mayor velocidad que las partículas más pesadas, obteniéndose así dos o más productos (concentrados, mixtos y colas) de acuerdo a su densidad, tamaño y forma (planos inclinados). El espiral Humprey (figuras 5a y 5b)<sup>(3)</sup> para la separación, además agrega el efecto de la fuerza centrífuga generada por la configuración del equipo. Algunas maquinas de este grupo cuentan con un movimiento de vaivén (mesas de cinta) y otras, además tienen rifles en la superficie plana (mesas concentradoras) que ayudan en la operación de concentración (figura 6).

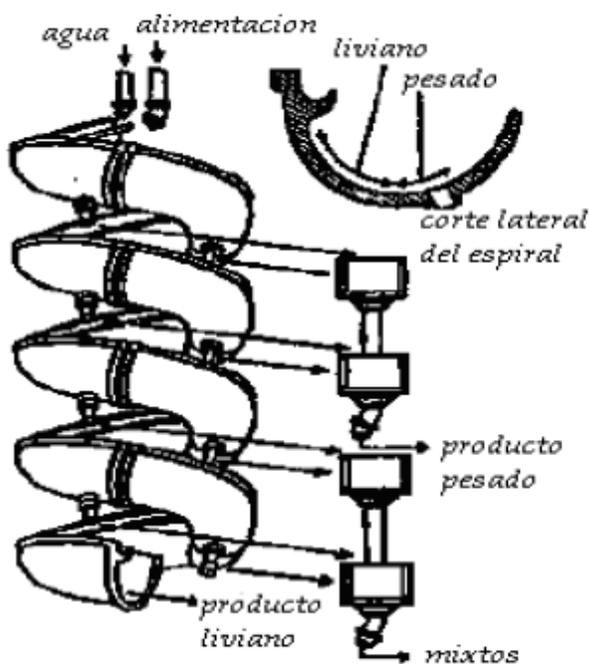


Figura 5 a: Espiral Humprey (Gill, 1991)

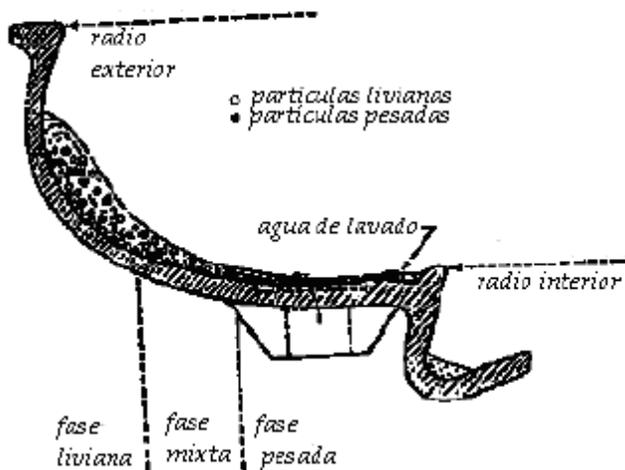


Figura 5 b: Posición de las partículas de acuerdo a su masa volumétrica (Gill, 1991)

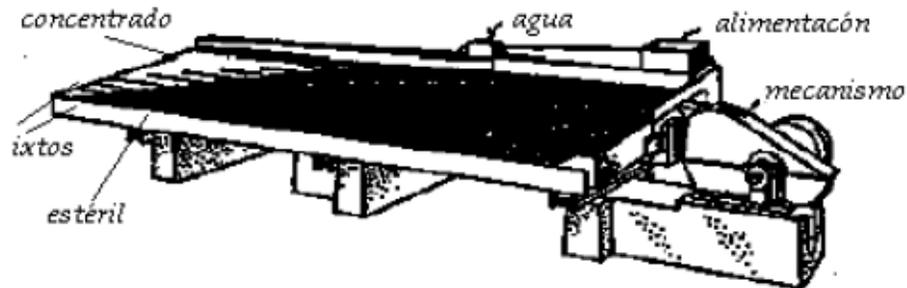


Figura 6: Mesa de concentración (Taggart, 1951)

Existen equipos basados en la acción combinada de varios fenómenos, este es el caso de los concentradores centrífugos como el Knelson, centrífuga Falcon, centrífuga china, jig Kelsey, el separador Mozley (MGS), etc., los cuales se describirán más adelante.

Generalmente, los equipos de concentración por gravedad separan las partículas de manera eficiente en un rango de tamaño estrecho. Por esta razón, es necesario clasificar el material antes de llevar a cabo la concentración por gravedad.

En este procedimiento, la eficiencia de separación puede ser determinada por el uso del "criterio de concentrabilidad" propuesto por H.F. Taggart <sup>(4)</sup>, donde la densidad, es el principal factor que permite separar el valor de la mena respecto de los indeseables. Este factor proporciona información valiosa del grado de concentrabilidad de un material mineralizado en campos de fuerza gravitacionales. La ecuación propuesta es:

$$Q = \frac{D_p - D_m}{D_l - D_m}$$

Donde:  $D_p$  = Densidad de partículas pesadas  
 $D_l$  = Densidad de las partículas livianas  
 $D_m$  = Densidad del medio fluido de separación

En términos generales, cuando "Q" es mayor a 2,5, entonces la concentración por gravedad es relativamente sencilla. Cuando el valor de "Q" es menor a 2,5, la eficiencia de separación decrece, y por debajo de 1,25 la separación no es comercialmente posible.



#### 4.2. CENTRIFUGAS DE LECHO FLUIDIZADO

##### 4.2.1. CONCEPTO TEORICO DE LA CONCENTRACION EN LECHO FLUIDIZADO

De acuerdo a Fedotov K.V. y otros <sup>(8)</sup>, el movimiento dinámico de una partícula en un flujo viscoso establecido, en la parte del separador, esta influenciado por el área de separación.

En el funcionamiento de los centrifugadores es necesario determinar las condiciones del régimen de operación bajo las cuales el trabajo del separador sea más eficiente.

En consecuencia, en los equipos centrifugadores, una partícula se somete a la influencia de diferentes fuerzas en cada uno de los puntos de la trayectoria. Las principales fuerzas son:

P = fuerza debida a la gravedad

Q = fuerza inercial relacionada con la velocidad tangencial

F = fuerza de presión hidrodinámica del flujo fluido

T = fuerza de fricción que es proporcional a la suma de las fuerzas P, Q y F.

Donde Q es determinada mediante la siguiente ecuación:



$$Q = \frac{mU_p^2}{R} \quad \text{y}$$

$F = \psi(V-U)^2 d^2 \rho$  Para los puntos de trayectoria con altas velocidades.

$F = 3\pi d v (V-U) \rho$  Cuando las velocidades no son muy altas.

Donde:  $\psi$  = Factor de resistencia  
 $U$  = Velocidad de la partícula  
 $V$  = Velocidad del fluido  
 $U_p$  = Proyección tangencial de la velocidad de la partícula  
 $m$  = Masa de la partícula  
 $d$  = Diámetro de la partícula  
 $\rho$  = Densidad del fluido  
 $v$  = Factor de viscosidad cinemática del fluido  
 $R$  = Radio de rotación de la partícula

La trayectoria del movimiento de la partícula puede determinarse de la siguiente ecuación:

$$m \frac{dU}{dt} = P + F + Q + (T) \quad \text{con la condición inicial conocida } U|_{t=0} = U^0$$

De esta manera, la tarea principal es resolver la hidrodinámica del sistema. Las características complicadas del flujo del sistema solo se pueden resolver a través de métodos numéricos.

En todos los tipos de separadores gravimétricos, es muy importante la gravedad y este factor influye sobre la partícula y por lo tanto la velocidad es proporcional a la fuerza "G" <sup>(9)</sup>.

La ley de Stokes, para la velocidad terminal de esferas decrecientes en un líquido puede ser generalizado como:



$$V = KD^2G(\rho_{particula} - \rho_{medio})$$

Donde : K = Constante relativo a la unidad usada  
D = Diámetro de la partícula  
G = Múltiplo de la gravedad terrestre (9,81 m/s)

En los centrifugadores Falcon, el cálculo de la fuerza "G" se realiza mediante la siguiente ecuación:

$$G-FORCE = \frac{Diametro.del.Rotor(pulg.) * (r.p.m.)}{70471}$$

#### 4.2.2. CENTRIFUGA KNELSON

La efectividad de separación en el concentrador Knelson se basa en la generación de una fuerza gravitacional 60 veces superior a la fuerza normal de un equipo convencional que juntamente con el proceso de fluidización, permite la recuperación aún partículas microscópicas <sup>(1,9,10)</sup>. Esto significa que en el interior del Concentrador Knelson las partículas son sometidas a 60 veces la fuerza de la gravedad para asegurar la recuperación de partículas finas que antes se pensaba eran no recuperables por medios gravimétricos convencionales.

La pieza principal de este concentrador es el tazón perforado que contiene anillos horizontales en forma de rifles a lo largo de su pared interior como se muestra en figura 12.



Figura 12: Tazón perforado de fluidización <sup>(10)</sup>.



En su operación, en principio se inyecta agua en el tazón giratorio de concentración a través de una serie de orificios de fluidización. Luego, se introduce la pulpa por medio de un tubo central vertical estacionario de alimentación. Una vez que la pulpa llega a la base del tazón, ésta, debido a la fuerza centrífuga, es forzada a desplazarse por la parte exterior, subiendo por la propia pared del tazón, donde las partículas pesadas, una vez que se ha alcanzado la fluidización óptima, son atrapadas entre los rifles, creando así un lecho en el que se produce la concentración y las partículas livianas son descargadas por la parte superior del tazón (19,21).

La figura 13 muestra el concentrador centrífugo Knelson.

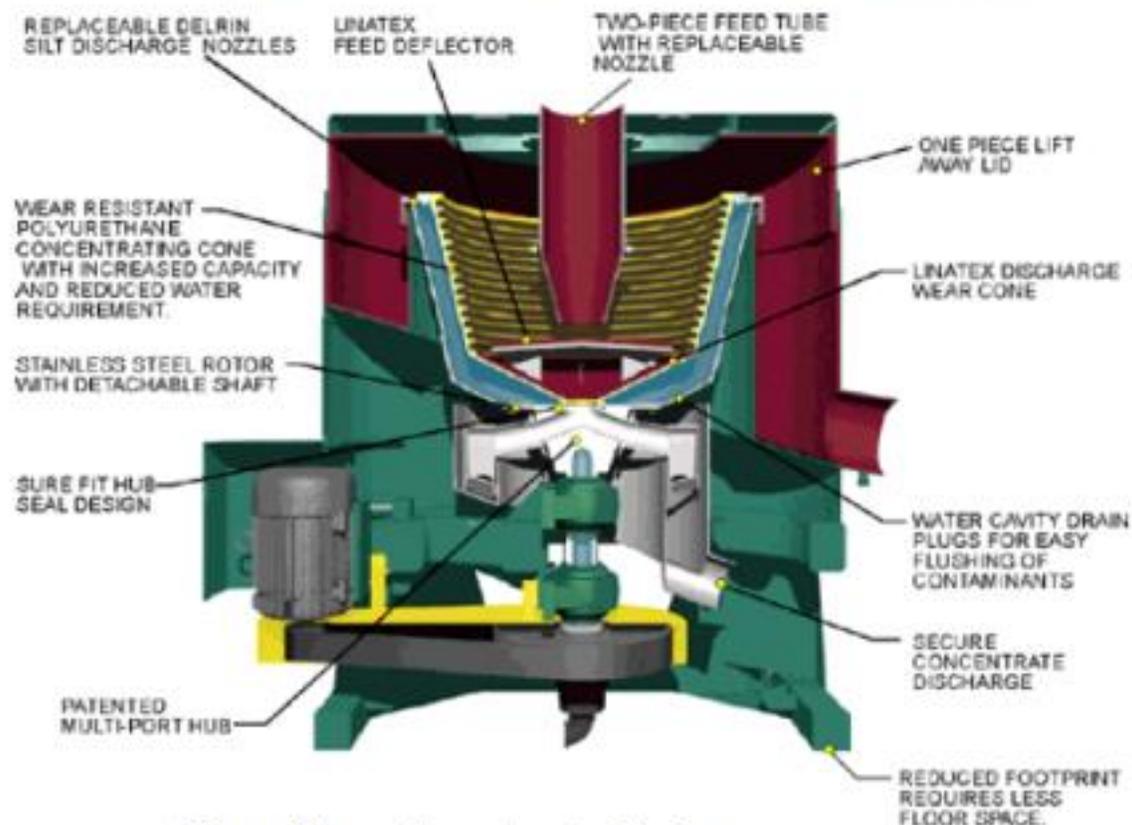
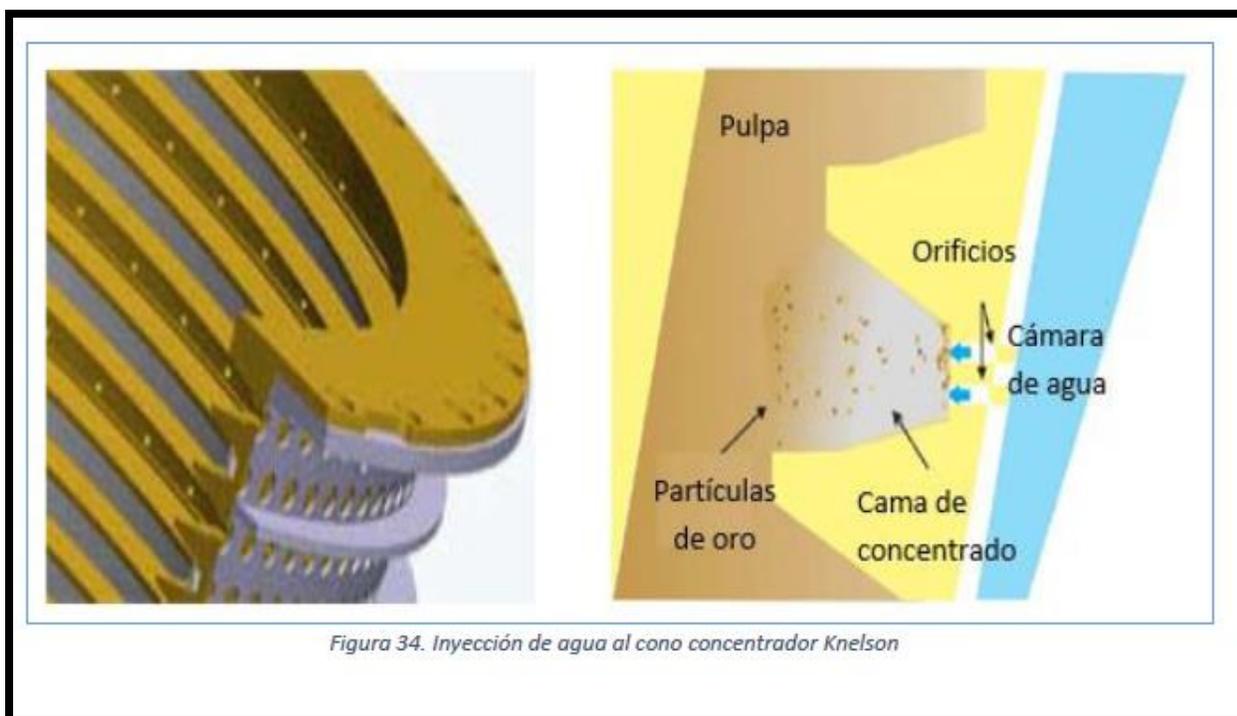


Figura 13: Concentrador Knelson  
(<http://wwwknelsongravitysolutions.com>)





**Anexo N°3: Fotos diversas del muestreo y método de muestreo en relave de Sullca.**













## Anexo N°4: Fotos diversas de las pruebas gravimétricas en concentrador Falcón.

### 1.-Pesado de muestra para la prueba



### 2.- Concentrador gravimétrico





**4.- Agregando pulpa mineral con diferentes porcentajes de solido al concentrado centrifugo.**



**5.- Concentrado con contenido metalico de oro en las paredes del concentrador.**





**6.- Concentrado en bandeja para su secado, embolsado, rotulado y listo para ser enviado a laboratorio química para su análisis**





Anexo N° 5 Ensayos químicos:



## Laboratorios Analíticos del Sur

Parque Industrial Río Seco C-1 Cerro Colorado  
Arequipa Perú / Apartado 2102

Telf: (054) 443294 Fax: (054) 444582 www.laboratoriosanaliticosdelsur.com

### INFORME DE ENSAYO LAS-13-01736

**Método de ensayo aplicado**

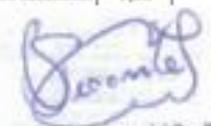
\*551 Método de Ensayo a fuego para Oro por Absorción atómica

\*552 Método de Ensayo a fuego para Oro por Gravimetría

Muestra #	Nombre de muestra	Descrip. De muestra	*552 Au gr/ton
AN13004837	CMG-0017	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,69
AN13004838	CMG-0018	Muestra mineral malla > 250 micrones	11,75
AN13004839	CMG-0019	Muestra mineral malla > 250 micrones	11,80
AN13004840	CMG-0020	Muestra mineral malla > 250 micrones	14,00
AN13004841	CMG-0021	Muestra mineral malla > 250 micrones	13,70
AN13004842	CMG-0022	Muestra mineral malla > 250 micrones	11,00
AN13004843	CMG-0023	Muestra mineral malla > 250 micrones	10,85
AN13004844	CMG-0024	Muestra mineral malla > 250 micrones	10,28
AN13004845	CMG-0025	Muestra mineral malla > 250 micrones	12,00
AN13004846	CMG-0026	Muestra mineral malla > 250 micrones	12,50
AN13004847	CMG-0027	Muestra mineral malla > 250 micrones	13,20
AN13004848	CMG-0028	Muestra mineral malla > 250 micrones	13,05
AN13004849	CMG-0029	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,41
AN13004850	CMG-0030	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,39
AN13004851	CMG-0031	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,38
AN13004852	CMG-0032	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,38
AN13004853	CMG-0033	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,42
AN13004854	CMG-0034	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,39
AN13004855	CMG-0035	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,38
AN13004856	CMG-0036	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,37
AN13004857	CMG-0037	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,57
AN13004858	CMG-0038	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,35
AN13004859	CMG-0039	Muestra mineral malla > 250 micrones	0,35



Laboratorios Analíticos del Sur E.I.R.L.  
Sido Vicente Juárez Neira  
Gerente General  
Ing Químico CIP 19474



Anexo N° 6 Tabla de probabilidad para diferentes grados al 90% de probabilidad

**Tabla 5. VALORES F DE LA DISTRIBUCIÓN F DE FISHER**

$1 - \alpha = 0.9$

$v_1$  = grados de libertad del numerador

$1 - \alpha = P ( F \leq f_{\alpha, v_1, v_2} )$

$v_2$  = grados de libertad del denominador

$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	39.864	49.500	53.593	55.833	57.240	58.204	58.906	59.439	59.857	60.195
2	8.526	9.000	9.162	9.243	9.293	9.326	9.349	9.367	9.381	9.392
3	5.538	5.462	5.391	5.343	5.309	5.285	5.266	5.252	5.240	5.230
4	4.545	4.325	4.191	4.107	4.051	4.010	3.979	3.955	3.936	3.920
5	4.060	3.780	3.619	3.520	3.453	3.405	3.368	3.339	3.316	3.297
6	3.776	3.463	3.289	3.181	3.108	3.055	3.014	2.983	2.958	2.937
7	3.589	3.257	3.074	2.961	2.883	2.827	2.785	2.752	2.725	2.703
8	3.458	3.113	2.924	2.806	2.726	2.668	2.624	2.589	2.561	2.538
9	3.360	3.006	2.813	2.693	2.611	2.551	2.505	2.469	2.440	2.416
10	3.285	2.924	2.728	2.605	2.522	2.461	2.414	2.377	2.347	2.323
11	3.225	2.860	2.660	2.536	2.451	2.389	2.342	2.304	2.274	2.248
12	3.177	2.807	2.606	2.480	2.394	2.331	2.283	2.245	2.214	2.188
13	3.136	2.763	2.560	2.434	2.347	2.283	2.234	2.195	2.164	2.138
14	3.102	2.726	2.522	2.395	2.307	2.243	2.193	2.154	2.122	2.095
15	3.073	2.695	2.490	2.361	2.273	2.208	2.158	2.119	2.086	2.059
16	3.048	2.668	2.462	2.333	2.244	2.178	2.128	2.088	2.055	2.028
17	3.026	2.645	2.437	2.308	2.218	2.152	2.102	2.061	2.028	2.001
18	3.007	2.624	2.416	2.286	2.196	2.130	2.079	2.038	2.005	1.977
19	2.990	2.606	2.397	2.266	2.176	2.109	2.058	2.017	1.984	1.956
20	2.975	2.589	2.380	2.249	2.158	2.091	2.040	1.999	1.965	1.937
21	2.961	2.575	2.365	2.233	2.142	2.075	2.023	1.982	1.948	1.920
22	2.949	2.561	2.351	2.219	2.128	2.060	2.008	1.967	1.933	1.904
23	2.937	2.549	2.339	2.207	2.115	2.047	1.995	1.953	1.919	1.890
24	2.927	2.538	2.327	2.195	2.103	2.035	1.983	1.941	1.906	1.877
25	2.918	2.528	2.317	2.184	2.092	2.024	1.971	1.929	1.895	1.866
26	2.909	2.519	2.307	2.174	2.082	2.014	1.961	1.919	1.884	1.855
27	2.901	2.511	2.299	2.165	2.073	2.005	1.952	1.909	1.874	1.845
28	2.894	2.503	2.291	2.157	2.064	1.996	1.943	1.900	1.865	1.836
29	2.887	2.495	2.283	2.149	2.057	1.989	1.936	1.893	1.857	1.828
30	2.881	2.488	2.276	2.142	2.050	1.982	1.929	1.886	1.850	1.821



## Anexo N° 7 Balanza Marcy, valores e imágenes



### DETERMINACIÓN DE LOS SÓLIDOS DE LOS PORCIENTOS:

Si usted sabe la gravedad específica de sólidos secos en la pulpa (véase la determinación de la gravedad específica de sólidos secos), usted puede leer directamente el porcentaje en la pulpa en el dial.

Seleccione la cara correcta del dial para la gravedad específica sólida seca particular en la pulpa.

Cuelgue el envase llenado en la escala. Los porcentajes de los sólidos en la pulpa leen a la derecha en el número de la gravedad específica en los anillos rojos, blanco y amarillos de la cara del dial.

Ejemplo: Una lectura de los sólidos del 44% en la gravedad específica 2.2 también lee los sólidos del 39% en la gravedad específica 2.6 y los sólidos del 35% en la gravedad específica 3.2

### CARAS DEL DIAL QUE CAMBIAN:

Se une a cada escala una cara del dial que tiene la gama siguiente de la gravedad específica de sólidos secos: #1, 2.2 2.6 2.8 3.2 3.6 4.0 4.4.

Se equipa las caras permutables del dial como sigue:

#2, 1.2 1.3 1.4 1.5 1.6 1.7 1.8  
 #3, 1.7 1.8 1.9 2.0 2.1 2.2 2.3  
 #4, 2.2 2.3 2.4 2.5 2.6 2.7 2.8  
 #5, 2.6 2.7 2.8 2.9 3.0 3.1 3.2  
 #6, 3.0 3.1 3.2 3.3 3.4 3.5 3.6  
 #7, 3.4 3.5 3.6 3.7 3.8 3.9 4.0  
 #8, 3.8 3.9 4.0 4.1 4.2 4.3 4.4  
 #9, 4.2 4.3 4.4 4.5 4.6 4.7 4.8  
 #10, 4.6 4.8 5.0 5.2 5.4 5.6 5.8  
 #11, 5.6 5.8 6.0 6.2 6.4 6.6 6.8  
 #12, 6.6 6.8 7.0 7.2 7.4 7.6 7.8



Densidad y Gravedad Específica Scale, Marcy – Hoja de datos de diseño	
Fabricar	Página 1 de 1
Metso Minerals Industries inc	Metso Minerals Industries inc
2715 pleasant Valley Ra	
York PA 17405-7043	
United States of America	
Descripción general de una escala de densidad pulpa: Mayor sensibilidad: diales circulares equivalentes a una balanza de haz de 47" Construcción sólida: toda la unidad está sostenida por un anillo superior. Precisión: Recipiente cilíndrico con orificios de reboso ranurados, permite un llenado preciso hasta exactamente 1000 cc Facilidad de operación: las muestras no tienen que pesarse por separado Compatibilidad: pesaje de diales intercambiables aplicable para cualquier rango de sólidos de densidad ligera o pesada	

Equipo Inglés	
<b>Scale</b>	
Tamaño	10"
Scale Capacidad	18lb
Peso	10lb
Dimensiones	10"
Caras de marcación (intercambiables)	12
Dimensiones	3 1/2" x 12" x 12"
Medida posible	Peso
Medida posible	Gravedad Específica
Medida posible	% Sólidos
<b>Contenedor (comprado por separado)</b>	
Dimensiones	4"x4"x10"
Peso	1 lb
Materiales (1)	Acero inoxidable
Materiales (2)	Clara
Materiales (3)	Aluminio

Métrica del equipo	Datos
<b>Scale</b>	
Tamaño	254 mm
Scale Capacidad	18kg
Peso	4.5 kg
Dimensiones	254 mm
Caras de marcación (intercambiables)	12
Dimensiones	09mx. 3mx 3m
Medida posible	Weight
Medida posible	Gravedad específica
Medida posible	% Sólidos
Sensibilidad	10 gramos
Peso total	1-3 kg
<b>Contenedor (comprado por separado)</b>	
Dimensiones	1mx. 1mx 25m
Peso	45 kg
Materiales (1)	Acero inoxidable
Materiales (2)	Clara
Materiales (3)	Aluminio

Aplicaciones: Lectura directa de Metso La escala de densidad de pulpa y gravedad específica acelera la determinación de densidades de pulpa de pulpa o líquidos; gravedad específica de los sólidos secos. Elimina errores en la lectura de tablas o gráficos y evita errores en los cálculos.

Origen	Por	Revisión de hoja de datos	Datos
Hecho en EE.UU	BRM	20	8/25/2019



## Anexo N° 8 Malla Tyler



### Tamices de prueba estándar USA

#### ASTM E-11.

- ◆ *Diseño exclusivo de la malla que asegura un flujo suave e ininterrumpido de los materiales a través del tamiz.*
- ◆ *Construido con mallas de la más alta calidad.*
- ◆ *Certificado en conformidad a los estándares ASTM para cada tamiz.*

Los Tamices de Prueba de ELE, están contruidos para tener una larga duración. Nuestro diseño exclusivo de cinta de espasi asegura una esfuerzo uniforme y una ausencia de espacios entre la malla y el marco en los que los materiales pueden quedar atrapados. Los tamices están fabricados en una pieza sin juntas y están sellados con el fin de eliminar las hendiduras y asegurar una abertura de alta precisión. Todo esto, no solo los hace más cómodos de manejar debido a que no poseen rebordes sin alisar, sino que también aseguran un flujo ininterrumpido del material a través de la abertura con pérdidas mínimas de material.

Cada tamiz ELE, se verifica meticulosamente y se somete a una inspección rigurosa en cada fase del proceso de fabricación con el fin de garantizar que el producto cumpla con los estándares ASTM. El certificado de inspección que acompaña cada tamiz, es mas que un simple certificado de precisión y de rendimiento en el que usted puede confiar; es la seguridad de una calidad y confiabilidad excepcional y la garantía de que el producto cumple estrictamente con las normas de las pruebas.

#### Especificaciones

Marcos.	203 mm. (8 pulg.) Diam.: altura total; 51 mm. (2 pulg.) de profundidad hasta la malla. 305 mm. (12 pulg.) Diam.: altura total; 76 mm. (3-1/4 pulg.) de profundidad hasta la malla.
Fabricación.	Bronce pulido y lacado con mallas de acero inoxidable.
Placas Descriptivas.	Indican la norma, alternativa y designaciones equivalentes de la Escala de Tyler.
Peso.	203 mm. (8 pulg.) Diam.: Neto 453 g (1 lb.). 305 mm. (12 pulg.) Diam.: Neto 1,8 kg. (4 lbs.).



## Prueba de Análisis de Tamiz

### Información para Órdenes

Los Tamices se utilizan para una amplia gama de pruebas en Materiales de Construcción incluyendo Suelos y Agregados.

La distribución del tamaño de la partícula permite la clasificación del material y su adaptabilidad al diseño propuesto.

La Gradación de Agregados es importante para determinar el cumplimiento de la especificación de requerimientos y el control de agregados utilizados en diversos tipos de mezclas.

Un juego típico de tamices como se especifica en ASTM C136, incluye cada una de los tamices marcados en la tabla de Tamices y los accesorios listados.

EI79-7225. Cepillo para Tamiz Fino x 1.

EI79-7230. Cepillo para Tamiz Grueso x 1.

## Tabla de Tamices Estandar USA

Número o Tamaño del Tamiz	Abertura del Tamiz		203 mm. (8 pulg.) Diámetro	305 mm. (12 pulg.) Diámetro
	Estandar (mm.)	Alternativo (in.)		
<b>Serie Fina</b>				
1/4 pulg.	6,3 mm	0,250	EI79-5000	EI79-5800
No. 3-1/2	5,6 mm	0,223	EI79-5010	EI79-5810
No. 4	4,75 mm	0,187	EI79-5020*	EI79-5820
No. 5	4,00 mm	0,157	EI79-5030	EI79-5830
No. 6	3,35 mm	0,132	EI79-5040	EI79-5840
No. 7	2,80 mm	0,111	EI79-5050	EI79-5850
No. 8	2,36 mm	0,0937	EI79-5060*	EI79-5860
No. 10	2,00 mm	0,0787	EI79-5070	EI79-5870
No. 12	1,70 mm	0,0661	EI79-5080	EI79-5880
No. 14	1,40 mm	0,0555	EI79-5090	EI79-5890
No. 16	1,18 mm	0,0469	EI79-5100*	EI79-5900
No. 18	1,00 mm	0,0394	EI79-5110	EI79-5910
No. 20	850 µm	0,331	EI79-5120	EI79-5920
No. 25	710 µm	0,0278	EI79-5130	EI79-5930
No. 30	600 µm	0,0234	EI79-5140*	EI79-5940
No. 35	500 µm	0,0197	EI79-5150	EI79-5950
No. 40	425 µm	0,0165	EI79-5160	EI79-5960
No. 45	355 µm	0,0139	EI79-5170	EI79-5970
No. 50	300 µm	0,0117	EI79-5180*	EI79-5980
No. 60	250 µm	0,0098	EI79-5190	EI79-5990
No. 70	212 µm	0,0083	EI79-5200	EI79-6000
No. 80	180 µm	0,0070	EI79-5210	EI79-6010
No. 100	150 µm	0,0059	EI79-5220*	EI79-6020
No. 120	125 µm	0,0049	EI79-5230	EI79-6030
No. 140	106 µm	0,0041	EI79-5240	EI79-6040
No. 170	90 µm	0,0035	EI79-5250	EI79-6050
No. 200	75 µm	0,0029	EI79-5260*	EI79-6060
No. 230	63 µm	0,0025	EI79-5270	EI79-6070
No. 270	53 µm	0,0021	EI79-5280	EI79-6080
No. 325	45 µm	0,0017	EI79-5290	EI79-6090
No. 400	38 µm	0,0015	EI79-5300	EI79-6100
<b>Serie Gruesa</b>				
5/16 pulg.	8,0 mm	0,312	EI79-5500	EI79-6200
3/8 pulg.	9,5 mm	0,375	EI79-5510*	EI79-6210
7/16 pulg.	11,2 mm	0,438	EI79-5520	EI79-6220
1/2 pulg.	12,5 mm	0,500	EI79-5530*	EI79-6230
5/8 pulg.	16,0 mm	0,625	EI79-5550	EI79-6250
3/4 pulg.	19,0 mm	0,750	EI79-5560*	EI79-6260
7/8 pulg.	22,4 mm	0,875	EI79-5570	EI79-6270
1 pulg.	25,0 mm	1,00	EI79-5580	EI79-6280*
1-1/4 pulg.	31,5 mm	1,25	EI79-5600	EI79-6300
1-1/2 pulg.	38,1 mm	1,50	EI79-5610	EI79-6310*
1-3/4 pulg.	45 mm	1,75	EI79-5620	EI79-6320
2 pulg.	50 mm	2,00	EI79-5630	EI79-6330
2-1/2 pulg.	63 mm	2,50	EI79-5650	EI79-6350*
3 pulg.	75 mm	3,00	EI79-5660	EI79-6360*
3-1/2 pulg.	90 mm	3,50	EI79-5670	EI79-6370*
4 pulg.	100 mm	4,00	EI79-5680	EI79-6380*
Bandeja			EI79-5410*	EI79-6160*
Bandeja con borde extendido			EI79-5415	EI79-6165
Tapa sin anillo			EI79-5400*	EI79-6150*
Tapa con anillo			EI79-5405	